NCM-RAPPORT 2002:2

Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik

Görel Sterner & Ingvar Lundberg

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet. I samverkan med Chalmers tekniska högskola skall NCM stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften Nämnaren.

För mer information om NCM och Nämnaren, se ncm.gu.se

ISSN 1650-335X

NCM
Göteborgs universitet
Box 160
405 30 Göteborg

© NCM, 2002
Upplaga 1:8

Tryck:
Livréna AB, Göteborg 2009
Miljöcertifierade enl ISO 14001

Omslag och layout:
Andersson & Andersson, Lerum

Innehållsförteckning

Förord
Inledning 1
Baskunnande i matematik 2
Många elever når inte godkändnivån i matematik 3
PISA – 2000 4
Läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter 6
Tänkbara samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter 8
Vad är egentligen dyslexi? 11
Dyskalkyli 13
Avgränsning 13
Matematik och språk 15
Matematikens språk och symboler 15
Språksvårigheter 16
Inre föreställningar 16
Från konkreta erfarenheter till abstrakt symbolisering 18
Skapa samband mellan språk och handling 18
Elevers egna uttrycksformer 19
Symbolutveckling 20
Symbolers innebörder 21
Lärande genom kommunikation 22
Skapa möte mellan informell och formell kunskap 23
Ords innebörder 24
Sammanfattning 24
Vägen till skriftspråket 27
Den första läsinlärningen i ljuset av aktuell forskning 27
De första stegen är särskilt viktiga 27
Barn är olika 28
För en del barn går läsinlärningen lätt 29
Några barn har stora svårigheter att lära sig läsa 30
Tal och skrift är olika 30
Att ”knäcka” den alfabetiska koden 31
Läsning är en fråga om både avkodning och förståelse 33
Vad betyder orden? 34
Barns möte med faktatexter 37
Före läsningen 37
Under läsningen 38
Efter läsningen: Samtal och frågor 39
Att lära sig nya ord 41
Vad innebär det att vara en konstruktiv, aktiv och strategisk läsare? 42

Att läsa matematik ... 45
Texters kännemärken och funktioner ... 45
Förklaringar ... 46
Instruktioner ... 48
Omskrivningar ... 49
Meningsbyggnad ... 50
Symboler – ett medel att uttrycka en mening ... 50
Grafiskt material ... 51
Sammanfattning ... 53
Att lära grundläggande matematik ... 55
Taluppfattning ... 55
Aritmetik – några kritiska punkter ... 56
Utveckling av grundläggande aritmetikkunskaper ... 58
Räkneprinciper ... 59
Räkneramsan ... 60
Räknestrategier ... 60
Olika sätt att uppfatta tal ... 61
Dela upp helheter ... 62
Fingertal ... 63
Barnens symboler och romerska siffror ... 63
Föreställningar om alla talkamrater ... 64
Positionssystemet ... 65
Tiobasmateriel ... 65
Från tiobasmateriel till pengar ... 66
Multiplikation ... 67
Standardalgoritmer ... 67
Kolumnaddition ... 68
Huvudräkning med hjälp av bokförda delberäkningar ... 68
Miniräknaren ... 69
Uppskattning ... 70
Tal i bråkform, decimalform och procent ... 71
Att lära med förståelse ... 72
Att välja rätt räknesätt ... 74
Undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier ... 77
Öppna uppgifter ... 79
Sammanfattning ... 80
Lässvårigheter och lärande i matematik ... 83
Läsinlärning ... 83
Grundläggande aritmetik ... 83
Fonologiska svårigheter ... 85
Långtidsminne och arbetsminne ... 86
Matematiskt kunnande, förståelse eller gott minne? ... 87
Sekvensering ... 88
Visuospatiala svårigheter ... 89
Några erfarenheter av undervisning ... 89

Läsförståelse och problemlösning 92
Semantisk förståelse och inre representationer 93
Syntax 93
Scheman 94
Metakognition 95
Att lösa aritmetikuppgifter 95
Att välja räknesätt 97
Kategorisering av uppgiften 97
Val av procedurer 98
Bedömning av uppgiftens lösning 98
Att skriva matematik 99
Ett klassrumsförsök 100
Olika aspekter av skrivande 102
Att läsa textuppgifter i matematik 104
Sammanfattning 106
Didaktiska utvecklingsarbeten – några förslag och idéer 109
Grundläggande arbete i förskolan 110
Högläsning 114
Inledande undervisning i skolan 116
Formulera egna problem 121
Kunskap om tal 122
Talens struktur 127
Miniräknaren 136
Multiplikation 137
Läsning och matematik 146
Skriva matematik 147
Specialpedagogik 155
Ett utvecklingsarbete 158
Sammanfattning 161
Till sist 163
Språk och symboler 163
Arbetsminne och automatiseringsprocesser 164
Läsförståelse och matematik 165
Skriva som ett redskap för lärande 166
Lärares svåra uppgift att möta alla barn 166
Några förslag till utveckling 167
Behov av fortsatta utvecklingsstudier och forskning 168
Slutord 169
Referenser 171
Bilaga: Vilka uppfattningar har lärare om elevers svårigheter 183
NCM:s rapportserie 203

Förord

I november 1999 fick NCM ett uppdrag av regeringen att ta fram förslag till kompetensutvecklingsprogram för lärare som undervisar i matematik och att genomföra forskningsbaserade utvecklingsstudier inom vissa områden (U1999/3992/S). Föreliggande rapport handlar om lärande och undervisning i matematik för elever som har sämre läs- och skrivförmåga än sina studiekamrater. Den har skrivits av Görel Sterner och Ingvar Lundberg. En sammanfattning av en tidigare version av rapporten har givits i Hög tid för matematik (NCM, 2001).

Görel Sterner är lågstadielärare och specialpedagog och har under många år arbetat med kompetensutveckling av pedagoger och lärare som undervisar barn i åldrarna 1–11 i matematik och svenska. Hon arbetar fn som projektledare vid NCM.

Ingvar Lundberg har varit professor i psykologi, med inriktning mot utvecklingspsykologi, vid Umeå universitet fram till 1995. Numera är han knuten till Göteborgs universitet där han ingår i ett forskningsprogram om kommunikation och handikapp. Ingvar Lundberg har under flera decennier forskat om läsning och läs- och skrivsvårigheter.

Ingvar Lundberg har skrivit kapitel 2 och 3, Görel Sterner övriga kapitel. Ingvar Lundberg har också fungerat som vetenskaplig rådgivare.

Ett varmt tack till alla som bidragit till innehållet i denna rapport och som läst och kommenterat tidigare versioner. Ett särskilt tack till Anders Wallby som svarat för redigeringsarbetet.

Det är vår förhoppning att denna kunskapsöversikt skall bidra till ökad förståelse för elever som på grund av läs- och skrivsvårigheter är i behov av särskilda stödinsatser i matematik och stimulera till diskussion om och utveckling av vår matematikundervisning för dessa elever.

Bengt Johansson
Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM
Göteborgs universitet

Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik

Görel Sterner & Ingvar Lundberg

Inledning

I vårt samhälle behöver människor kunna hantera kvantitativ information. Det kan handla om att sköta sin hushållsbudget och att utveckla den matematiska kompetens och problemlösningsförmåga som krävs i yrkeslivet. En förutsättning för ett aktivt deltagande i den demokratiska processen är också att man kan ta del av och kritiskt granska den omfattande samhällsinformation som ges med hjälp av matematik (Steen, 2001). Sverige har utvecklats mot ett mer mångkulturellt samhälle där samarbete och utbyte med andra länder, inte minst i Europa, ständigt ökar. Frågor om tex ekonomi, miljövård och utbildning blir allt mer komplexa och svåra att hantera med bibehållna krav på demokrati och jämlikhet. Matematikundervisningens tidigare huvuduppgift att utveckla kunnande och färdighet i räkning och geometri har därför förskjutits till att utveckla ett bredare och djupare matematiskt kunnande som innebär god taluppfattning, problemlösningsförmåga, att se sammanhang och att resonera sig fram till slutsatser (Skolverket, 1997; NCM, 2001). Bruket av standardalgoritmer för de fyra räknesätten har minskat samtidigt som behoven av att kunna tolka och kritiskt granska tillämpad matematik i olika sammanhang har ökat. Matematikkunnande skall i dagens komplexa samhälle bidra till självförtroende, kompetens och möjligheter till påverkan och utveckling. Matematikutbildningen i grundskolan och i gymnasieskolan ska också ge en god grund för fortsatta studier, yrkesliv och ett livslångt lärande. Genom tillgången på miniräknare och datorer har bruket och behovet av matematik som hjälpmedel för att beskriva situationer och förlopp, kommunicera och lösa problem förändrats.

> Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematikens mönster, former och samband samt uppleva den tillfredsställelse som ligger i att kunna förstå och lösa problem ... Grundskolan har till uppgift att hos elever utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökade flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.
>
> (Skolverket, 2000a, s 26)

Baskunnande i matematik

Skolverket fick i december 2000 i uppdrag av regeringen att genomföra en satsning för att öka måluppfyllelsen i läsning, skrivning och matematik – grundläggande läskunnighet, skrivkunnighet och matematikkunnande (Utbildningsdepartementet, 2000). Man påpekar att det inte är självklart vad detta innebär men framhåller att det är viktigt att arbetet med basfärdigheter integreras i hela skolarbetet. Det betonas att särskilt barn och ungdomar i svårigheter inte utvecklas positivt genom isolerad färdighetsträning (Skolverket, 2000b).

Baskunnande i matematik måste relateras till lärande som ett livslångt projekt och därmed lägga en grund för utveckling och tillämpning i vitt skilda miljöer (NCM, 2002). Matematik har traditionellt ansetts som abstrakt och svårt, ett ämne som skiljer ut de ”snabbtänkta och intelligenta” från de ”obegåvade och tröga”. Det har också tagits för givet att en del barn kommer att misslyckas och inte ens kommer att lära sig ganska enkla begrepp och metoder.

Läroplanerna betonar muntlig och skriftspråklig kompetens och problemlösningsförmåga jämte kunnande om matematik, tex kunskaper om matematikens roll i samhälle och vetenskap samt dess historiska roll. Att utveckla skriftspråklig kompetens och kunnande i och om matematik ryms under begreppet ”demokratisk kompetens” som innefattar att ha kunskaper om och förmåga att leva i, verka i samt bidra till att utveckla ett demokratiskt samhälle, att ha kommunikativ förmåga, att ha förmåga att ta ställning och att förstå skälen till andras ställningstagande. Vidare ingår förmågan att personligen vara praktiskt ”matematisk” i den egna livsvärlden både vad gäller beräkningar och mer kvalitativa omdömen. Diskussioner om vad begreppet baskunskaper kan innebära för att alla elever ska utveckla demokratisk kompetens måste också behandla matematikundervisningens arbetssätt.

> En klassrumsmiljö där istället samtal om matematik förs, där argument vägs mot varandra, där alla får komma till tals och där läraren tillsammans med sina elever legitimerar ämnets metoder, teorier och resultat via förnuftiga argument kommer däremot att stödja skolans generella arbete med att utveckla elevernas demokratiska kompetens.
>
> (NCM 2002, s 6)

En diskussion om vad som anses som baskunskaper måste också ta ställning till frågan vad som *inte* är baskunskaper. Är det t ex inte baskunskap att kunna kommunicera matematik skriftligt och muntligt? Är det inte baskunskap att kunna lösa matematiska problem?

Den starka betoningen på språklig förståelse och kompetens som forskning och nationella måldokument idag anlägger på matematikämnet har bidragit till behovet av att utreda hur läs- och skrivsvårigheter påverkar elevers lärande i matematik och hur undervisningen kan utformas utifrån detta.

När man diskuterar elevers baskunskaper måste detta också relateras till lärares baskunskaper. Läraren bestämmer i hög grad innehåll och arbetsformer för undervisningen och lärarens baskunskaper blir därför en kritisk punkt för elevens baskunskaper.

Uppdelningen i Sv-SO lärare respektive Ma-NO lärare framstår inte som självklar särskilt när man betonar förståelse och användning av språk, uttrycksformer och symboler. Den nya lärarutbildningen innehåller inte dessa ”låsningar” och ger därför bättre möjligheter att svara mot skolans behov av lärare med utbildning för undervisning i både svenska och matematik. Preliminära rapporter från den första antagningsomgången visar på glädjande stort intresse för kombinationen matematik-svenska (Löfwall, 2001).

Många elever når inte godkändnivån i matematik

Stora förändringar har under nittiotalet genomförts i våra skolformsförordningar och vi har fått nya läroplaner, timplaner, kursplaner samt ett nytt betygssystem med tillhörande betygskriterier och nationella provsystem. Skolreformen hänger i sin tur samman med allt snabbare kultur-, omvärlds- och samhällsförändringar och därmed ökade krav på flexibilitet och effektivitet samt samverkan och samarbete med elever, föräldrar och samhället i övrigt. En av de största förändringarna är den nya gymnasieskolan, som i hög grad har blivit en skola för alla. En annan förändring är kopplingen mellan förskola, förskoleklass och grundskola. Antalet utbildningsplatser och utbildningsvägar vid högskolan har också ökat kraftigt, vilket innebär att nya elevgrupper blir aktuella, och stora satsningar har gjorts på vuxenutbildning i ljuset av visionen om det livslånga lärandet. Bland allmänhet och politiker, representanter för fackföreningar och näringsliv finns en bred enighet om att ett omfattande

kunnande i och om matematik är viktigt både ur ett samhällsperspektiv och ur den enskilde medborgarens perspektiv.

Många elever lämnar grundskolan utan att ha uppnått kursplanemålen. Av provresultaten att döma är problemen störst i matematik. Andelen elever som inte nådde upp till provbetyget G i ämnesprovet i matematik för årskurs 9 var vårterminen 2001 13 % (Skolverket, 2001a). För både engelska och svenska/svenska som andraspråk var motsvarande resultat 4%. Många elever klarar heller inte den grundläggande gymnasiekursen, kurs A, i matematik (Skolverket, 2001b; NCM 2001). Kursplanemålen i de nuvarande läroplanerna innebär att det ställs andra krav på elevers matematiska kunnande än tidigare. Det nya betygssystemet innebär också att elever som inte når upp till målen synliggörs på ett tydligare sätt än när vi hade graderade betyg med betygsskalan 1 – 5 där betygen 1 och 2 idag ofta motsvaras av betyget icke godkänd.

PISA – 2000

Svenska elevers prestationer i ett internationellt perspektiv har nyligen studerats i en omfattande OECD-studie kallad PISA (Programme for International Student Assessment). Projektet har till uppgift att undersöka i vilken grad deltagande länders utbildningssystem bidrar till att femtonåringar – som snart avslutar den obligatoriska skolan – är rustade att möta framtiden (Skolverket, 2001c). Tre kunskapsområden ingår i undersökningen: läsförståelse, matematik och naturvetenskap. Undersökningen skiljer sig från tidigare internationella kunskapsstudier genom att man mäter sådana kunskaper som kan anses vara viktiga i vuxenlivet. De kompetenser och kunskaper som är relevanta sammanfattas i PISA med begreppet ”literacy” och beskrivs för läsning och matematik på följande sätt:

> *Läsning*
> Förmågan att förstå, använda och reflektera över texter för att uppnå personliga mål, utveckla sina egna kunskaper och möjligheter, samt att delta i samhället.
>
> *Matematik*
> Förmågan att identifiera, förstå samt engagera sig i matematik och att kunna göra välgrundade bedömningar av vilken roll matematiken spelar för en individs nutida och framtida privatliv, arbetsliv, socialt liv med släkt och vänner, samt ett liv som en konstruktiv, ansvarsfull och reflekterande medborgare.
>
> (Skolverket, 2001c, s 21; Ingemansson m fl, 2002)

I PISA mäter man kunskaper som är betydelsefulla för vuxenlivet. Frågor som man söker svar på är om 15-åringar kan analysera, resonera och föra fram sina tankar och idéer på ett konstruktivt sätt och om de kommer att kunna fortsätta lära sig under hela sitt fortsatta liv. Ett annat syfte är

att få en bättre förståelse för orsakerna till och konsekvenserna av observerade skillnader i läsförståelse, matematik och naturvetenskapligt kunnande. Undersökningen planeras pågå tom år 2006 där fokus år 2000 ligger på läsförståelse, år 2003 på matematik och år 2006 på naturvetenskap. Alla tre ämnena finns dock med vid varje undersökningstillfälle.

Läsförståelse

Undersökningen 2000 visar att svenska femtonåringar är relativt goda läsare sett i ett internationellt perspektiv. Resultaten av elevernas prov har delats in i fem nivåer och Sverige tillhör de nio länder som har mellan två tredjedelar och nästan fyra femtedelar av eleverna på nivå tre och högre. Sverige har en jämförelsevis låg andel av eleverna på nivå ett men tillhör samtidigt de länder som har de största prestationsskillnaderna mellan pojkar och flickor. Flickorna presterar bättre och skillnaderna märks framför allt på uppgifter som kräver reflektion och bedömning. Dubbelt så många pojkar som flickor finns på nivå ett och man påpekar också i rapporten att pojkars läsförmåga behöver uppmärksammas, framför allt när det gäller att relatera en text till egna kunskaper, erfarenheter och åsikter.

PISA 2000 har också undersökt elevernas läsintresse. Skillnaden i läsintresse mellan pojkar och flickor är för Sveriges del förhållandevis liten, men mer än en tredjedel av eleverna rapporterar att de inte läser alls för nöjes skull. I rapporten påpekar man att en ökad satsning på att stimulera barn och ungdomar att läsa på fritiden bör vara ett viktigt mål för skolan. Från skolstart bör särskilt pojkarnas läsutveckling uppmärksammas och följas upp. För både pojkar och flickor är det viktigt att svaga läsare får adekvat hjälp så tidigt som möjligt.

Matematik

I PISA-projektet studeras elevernas funktionella kunskaper och färdigheter i matematik – i vilken utsträckning eleverna kan översätta ett problem till matematiska modeller, kan strukturera och formulera problem och lösa dem. Undersökningen utgår från två stora teman. Det ena omfattar förändring och samband, funktioner och tillväxt, statistik och algebra. Det andra temat innehåller mönster, rumsuppfattning, geometri och mätningar. Elevernas kunnande beskrivs för matematikens del i tre nivåer.

Sverige har ett resultat som är signifikant bättre än OECD-genomsnittet. Av de 32 uppgifter som ges i undersökningen är svenska elever signifikant bättre än genomsnittet för eleverna i övriga OECD-länder på 12 uppgifter och signifikant sämre på fyra uppgifter. Svenska elever är bättre på statistik och rumsuppfattning och sämre på algebra, funktioner och geometri. Pojkarna i Sverige har ett bättre medelvärde än flickorna men

skillnaden är inte signifikant. Åtta länder har signifikant bättre resultat än Sverige, däribland Japan, Korea, Finland och Nya Zeeland. Sverige är ett genomsnittsland när det gäller andelen elever med goda respektive svaga resultat. Andelen pojkar med goda resultat är något större än andelen flickor med goda resultat, både nationellt och internationellt.

Variansen mellan elevprestationer på matematikprovet kunde till 70% förklaras av prestationer på ett ordigenkänningsprov och PISA:s läsförståelseprov, ett förhållande som ligger i linje med resultaten från Möllehed (2001). Av hans studie framgår att en mycket vanlig orsak till att elever i årskurs 4 – 9 kommer fram till felaktiga lösningar på textproblem i matematik är att de inte förstår innebörden i texten. De förstår heller inte textens olika delar och deras inbördes sammanhang. När korrelationen mellan resultaten i läsning och matematik blir upp mot +0,85 som i PISA, kan man undra om proven faktiskt mäter samma sak, nämligen läsförståelse. Matematikuppgifter som gör anspråk på att vara autentiska problemlösningssituationer bäddas tydligen in i en verbal informationsmassa som lässvaga får svårt att forcera. Därigenom hindras en del elever från att visa sin egentliga matematiska kompetens.

Man har också undersökt elevernas intresse för och självuppfattning i matematik. Svenska elever har ett betydligt större läsintresse än matematikintresse. Självuppfattning i matematik har ett starkare samband med prestationer än vad självuppfattning i läsning har. Sverige tillhör de länder där eleverna har lägst självuppfattning i matematik och det gäller framför allt flickorna. Materialet som behandlar matematikområdet är begränsat och därför kan man inte uttala sig närmare om på vilka områden svenska elever är bättre respektive sämre än elever i övriga OECD-länder. I nästa PISA-undersökning år 2003 kommer matematik att vara huvudämne vilket kommer att ge ökade möjligheter till jämförelser.

Läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter

Många elever saknar tillfredsställande matematisk kompetens och problemlösningsförmåga när de lämnar skolan. Orsakerna kan i många fall härledas till faktorer som brist på omsorg och språklig stimulans under de första barnaåren. Elever som inte får sina grundbehov av tex sömn och föda tillgodosedda och som inte känner sig trygga i hem och skola löper stor risk att få problem i skolarbetet. Orsaker kan också var brist på stöd och stimulans i undervisningen där man kanske gått för fort fram eller arbetat allt för ostrukturerat. Läraren har en avgörande betydelse för hur elevernas intresse och kunnande kommer att utvecklas.

Men det finns troligen också individuellt baserade hinder som gör att inlärningen tar längre tid och är särskilt svår för en del elever. För att bättre förstå dessa samband måste man också analysera de kognitiva och språkliga krav som matematiken omfattar och på vilket sätt den enskildes lärande gestaltar sig i ljuset av dessa krav. Det är ytterst angeläget att

försöka förstå problemens natur och rötter för att kunna ge eleverna en bättre anpassad undervisning och annat stöd som de har rätt att kräva.

Många elever i läs- och skrivsvårigheter upplever svårigheter också i matematik. En sådan kombination gör naturligtvis problemet än större. Dessvärre har forskning om kombinationen av matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter inte varit särskilt omfattande.

Vår ambition i detta arbete är att ge en översikt av kunskapsläget beträffande sambandet mellan matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter. Översikten är till stor del baserad på empiriska studier och på litteratur som uppfyller rimliga vetenskapliga krav. Trots forskningens begränsningar har vi funnit intressanta arbeten och rön av betydelse för lärares kompetensutveckling och för utveckling av undervisningen inte bara i svenska och matematik utan också i andra ämnen där svenska och matematik har betydelse för elevernas lärande. I rapportens avslutande del försöker vi ge några exempel på utvecklingsarbeten baserade på resultatet av vår kunskapsöversikt.

Språkliga svårigheter bidrar till att elever kan ha problem med att lära sig matematiska symbolers innebörder och platsvärden, att tal i bråk- och decimalform måste hanteras annorlunda än hela tal, att skriftligt hantera dokumentation om tex tid och pengar. Den allmänna läsnivån för matematiska textuppgifter påverkar förståelsen lika väl som de särskilda krav som det matematiska språket ställer på läsaren. I berättelser och skönlitterära texter finns ofta målande beskrivningar som underlättar läsarens förståelse. I matematiska textuppgifter kan sådana beskrivningar istället skymma sikten för det matematiska innehållet. Vad som krävs är att man kan plocka ut given information som ska tolkas och integreras med andra data för att tex användas i en matematisk modell.

Andra vanliga problem för eleverna har att göra med *organisation*, tex att kunna göra skriftliga noteringar klart och systematiskt, eller att följa en beräkning i flera led. Sådana språksvårigheter påverkar elevernas lärande i mycket hög grad. De lär sig inte genom att läraren förklarar ett begrepp eller en procedur muntligt. De måste få lära sig multisensoriskt (känna, höra och se) och med begreppslig förståelse om undervisningen ska ha någon reell inverkan på deras lärande (Henderson & Miles, 2001).

I en enkät som besvarats av 75 lärare som undervisar i både svenska och matematik i grundskolans årskurs 1 tom 6 bedömer lärarna att i genomsnitt 12 % av deras elever har en kombination av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter (se bilaga). 2/3 av dessa lärare uppger samtidigt att deras egna kunskaper är bristfälliga inom det aktuella området. Resultaten indikerar ett stort behov av kompetensutveckling för lärare med ansvar för elever i behov av särskilt stöd i svenska och matematik.

Tänkbara samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter

Att matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter ofta uppträder tillsammans kan bero på en rad olika omständigheter. Vi listar här ett antal tänkbara orsaker som också har stöd i forskningen. Några av punkterna berör främst sambandet mellan matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter medan de övriga mera handlar om vilken typ av orsaksfaktorer som kan förekomma.

– Ibland möter vi elever som har svårt både med läs- och skrivinlärningen och lärande i matematik. Dessa svårigheter kan vara oberoende av varandra, men råkar förekomma samtidigt.

– I andra fall kan det finnas gemensamma bakomliggande orsaker som påverkar både läs- och skrivinlärningen och matematikinlärningen. Det kan vara faktorer som har en neurobiologisk grund. Det kan också handla om hinder som tornats upp tidigt i barnets utveckling med ogynnsamma uppväxtvillkor och allvarlig brist på omsorg under spädbarnstiden.

– Hos elever i läs- och skrivsvårigheter förekommer i olika utsträckning sekundära svårigheter (Høien & Lundberg, 1999). Sådana svårigheter kan tex beröra läsförståelse, självbild, socio-emotionella faktorer, inlärningsstrategier och lärande i matematik. Problemet med matematikinlärningen kan då uppstå som en följd av läs- och skrivsvårigheter. Andra problem som kan vara relaterade till läs- och skrivsvårigheter kan tex vara uppmärksamhetsproblem, koncentrationssvårigheter och sekvenseringssvårigheter. Sådana svårigheter kan naturligtvis också påverka matematikinlärningen. Matematiken inrymmer ofta krav på skriftspråklig kompetens som kan överstiga förmågan hos elever i läs- och skrivsvårigheter.

– Det kan finnas socio-kulturella faktorer som orsakar svårigheterna och som har att göra med att eleven tex inte fått tillräckligt språkligt stöd i undervisningen (Rönnberg & Rönnberg, 2002; Säölj 2000). Eleverna kanske förstår matematiska begrepp på sitt hemspråk men inte på svenska. Om eleverna i sitt lärande och för att uttrycka sitt kunnande och lösa matematiska problem endast får möjlighet att använda ett språk (svenska) som de inte behärskar är det lätt att tänka sig att det uppstår problem i många situationer.Bristfälligt stöd och stimulans i hemmet kan också bidra till svårigheterna.

– Det kan också finnas andra orsaker kopplade till bristfällig undervisning. Seligman talar tex om ”inlärd hjälplöshet”. Han menar att barn i sig själva har en inre motivation att lära sig. Om de i den grundläggande inlärningen i läsning, skrivning och matematik ständigt får arbeta med uppgifter som de inte klarar av och som de saknar förutsättningar för

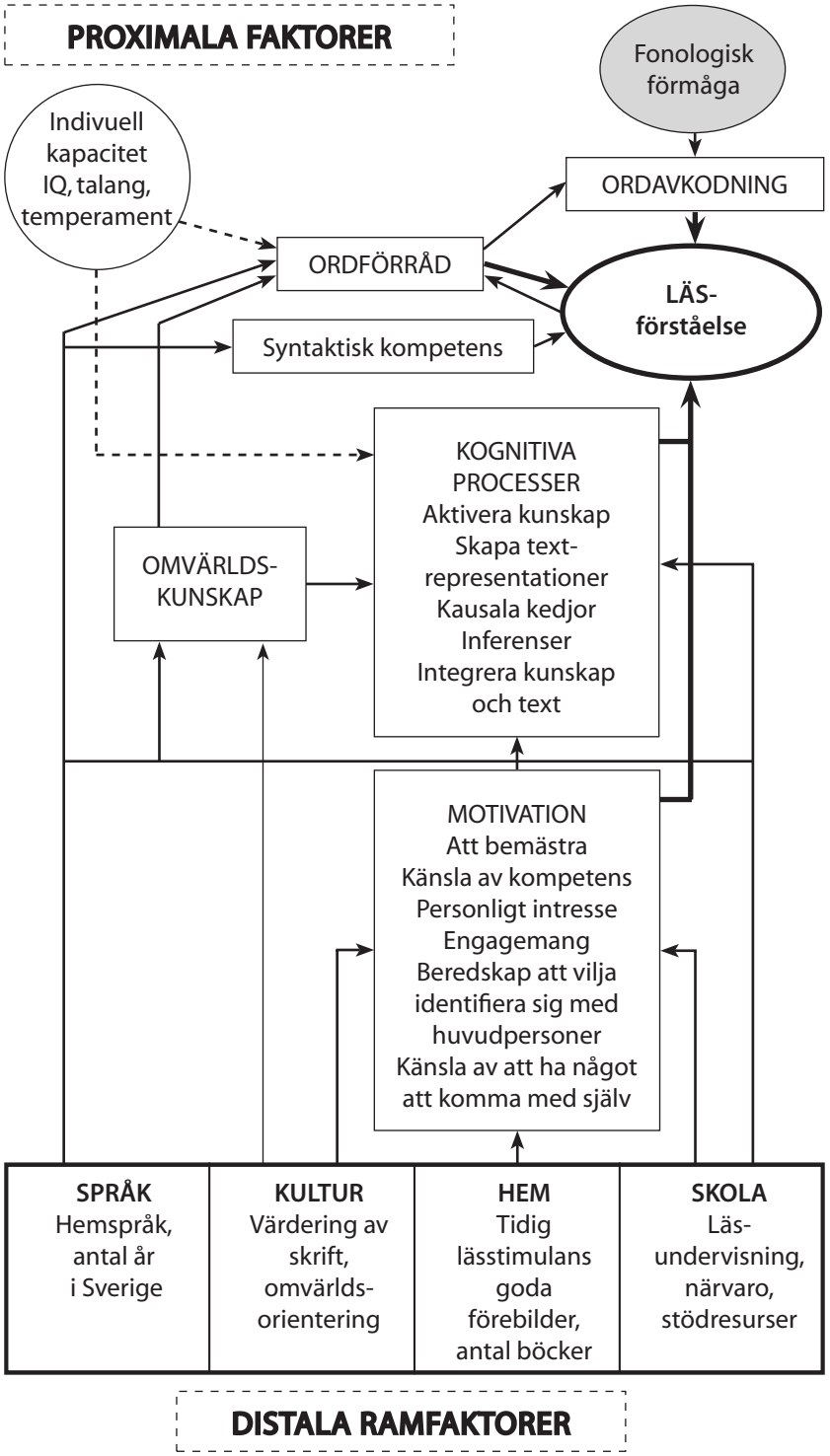
att lösa är risken stor att de ger upp att försöka på egen hand. Elever som tidigt får erfara upprepade misslyckanden och svårigheter riskerar att så småningom tappa modet och att utveckla en sämre självbild vilket i sin tur bidrar till ytterligare svårigheter (Høien & Lundberg, 1999).

– Sambandet kan också ha att göra med ett ömsesidigt samspel som innebär att olika faktorer inom de båda områdena ständigt påverkar varandra (Onatsu-Arvilommi & Nurmi, 2000).

Som vi ser det är detta de tänkbara möjligheter man har att arbeta utifrån. Elevernas situation bör kartläggas och en god undervisningsmiljö utvecklas och anpassas till den enskilda elevens behov och förutsättningar.

Att lösa skriftliga matematiska problem ställer krav på elevers läs- och skrivkompetens. För att förstå hur läs- och skrivsvårigheter kan påverka elevers begreppsbildning i matematik behöver vi veta något om vad det innebär att kunna läsa och skriva. Att reda ut sådana frågor kan ge oss ett underlag för vidare arbete med att utveckla matematikundervisningen.

Vår utgångspunkt är att somliga individer har svårt att ta till sig innehållet i skrivna texter. I figuren nedan är detta markerat längst till höger som *Läsförståelse.* Vad figuren särskilt vill framhålla är att en analys av läsproblem måste genomföras på många olika nivåer samtidigt och inte ensidigt utgå från att endast en nivå är tillräcklig. I figuren skiljer vi på *proximala faktorer* och *distala faktorer.* De proximala gäller faktorer hos den enskilda individen. Trots allt är ju individen faktiskt den som upplever problemen, även om det gärna hävdas att det enbart är skolan som har problem. De individuella problemen kan vara av olika slag. Vid mer renodlad dyslexi ligger tyngdpunkten på ordavkodningen vilken i sin tur har varit svår att utveckla på grund av de blockeringar som den bristfälliga fonologin har ställt till med. Men vi kan inte bortse från att somliga individer, även de med dyslexi, kan ha en helt otillräcklig vokabulär och otillräckliga kunskaper om omvärlden. Ibland är det då fråga om dåligt utvecklade kognitiva förutsättningar, men ibland blir också stimulansfattiga uppväxtvillkor allvarliga hinder för utvecklingen. En helt avgörande faktor är naturligtvis motivationen. Utan lust och vilja blir det inte mycket bevänt med läsningen. Motivationsbrister kan vara en följd av en långvarig historia av misslyckanden och hjälplöshet. De distala faktorerna kan också haft avgörande inverkan. Främlingsskap, dålig anknytning i tidig barndom, kulturfattigdom, kaotisk skolstart är exempel på distala faktorer som kan ha hindrat en god utveckling. Figuren vill sammanfatta de flesta kritiska faktorer som kan bidra till att förklara varför somliga individer har så svårt med skriften. Vi vill med figuren särskilt framhålla det dynamiska samspelet mellan en rad olika faktorer på olika nivåer och därmed bidra till en mer nyanserad föreställning om vad lässvårigheter innebär och hur de kan uppkomma.


PROXIMALA FAKTORER
Fonologisk förmåga
Indivuell kapacitet IQ, talang, temperament
ORDAVKODNING
ORDFÖRRÅD
LÄS-förståelse
Syntaktisk kompetens
KOGNITIVA PROCESSER
Aktivera kunskap
Skapa text-representationer
Kausala kedjor
Inferenser
Integrera kunskap och text
OMVÄRLDS-KUNSKAP
MOTIVATION
Att bemästra
Känsla av kompetens
Personligt intresse
Engagemang
Beredskap att vilja identifiera sig med huvudpersoner
Känsla av att ha något att komma med själv
SPRÅK
Hemspråk, antal år i Sverige
KULTUR
Värdering av skrift, omvärlds-orientering
HEM
Tidig lässtimulans goda förebilder, antal böcker
SKOLA
Läs-undervisning, närvaro, stödresurser
DISTALA RAMFAKTORER

Vad är egentligen dyslexi?

Dyslexi är inte helt detsamma som läs- och skrivsvårigheter. Man måste gå under den manifesta ytan och ta fasta på det som ger upphov till svårigheter. Under senare år har allt större enighet uppnåtts bland forskarna om att dyslexi (ung "svårigheter med ord") i de flesta fall har att göra med svårigheter att handskas med språkets ljudsystem. Man brukar tala om fonologiska problem. Eftersom vår alfabetiska skrift avbildar språkets minsta ljudbitar (fonemen) är det kanske inte så märkligt att individer som har problem med ljuden också får problem med skriften.

I vardagligt tal behöver man aldrig tänka på de enskilda språkljuden. Talets ljudström kommer av sig själv. Fonemen glider i varandra utan tydlig åtskillnad. När man skall lära sig läsa och skriva måste man emellertid bli medveten om ljuden i talet. Man måste inse att ord är uppbyggda av fonem, språkets minsta byggstenar, och att dessa fonem i olika kombinationer kan bilda alla språkets otaliga ord. Denna medvetenhet om fonemen kommer inte av sig själv, och somliga barn har särskilt stora svårigheter att få fatt på, upptäcka eller medvetet uppmärksamma de undflyende och svårfångade fonemen. Därmed blir det svårt att knäcka den alfabetiska koden. Läsningen går långsamt och knaggligt, stavningen blir dålig.

Fonologiska problem behöver inte innebära att man har svårt att tala begripligt. De kan komma till uttryck på en rad olika sätt som inte behöver märkas så mycket i det dagliga livet. Förutom problem med att snabbt och säkert identifiera ord samt att stava ord korrekt kan man ha svårt med det verbala arbetsminnet (tex att hålla ett telefonnummer i huvudet sedan man slagit upp det i katalogen, komma ihåg nya namn, lära sig nya ord på ett främmande språk); man kan ha svårt att säga efter långa och krångliga nonsensord (tex robatsiflirkjotrilk); man kan ha svårt att på uppmaning kasta om de första konsonanterna i ett ordpar, tex "katten jamar" skall bli "jatten kamar"; man kan ha svårt att lära sig hemliga språk, tex all-språket eller rövarspråket. Ibland kan den fonologiska svagheten avslöjas som en viss brist på precision i uttalet av ord, särskilt lite längre och ovanliga ord, vilket kan avspegla en oklar inre föreställning om hur ord i detalj är uppbyggda. "Va! Heter det jordgubbar? Jag har alltid trott att det hette jogubbar."

Uppenbarligen har elever med dyslexi ofta problem som går utöver läsning och skrivning. En del barn kan hitta vägar att gå runt läsproblemet och kan kanske framstå om ganska normala läsare (det blir då ofta en ungefär-läsning som fungerar hyggligt så länge man slipper läsa högt). Det underliggande fonologiska problemet kvarstår dock och ger sig tillkänna när man sätts på ovanliga och svåra prov som tex att lära sig ett hemligt språk eller läsa nonsensord.

Den här svagheten på det fonologiska området tycks ofta var helt avgränsad och behöver inte omfatta djupare skikt av språkförmågan eller den allmänna intellektuella kapaciteten. I själva verket kan dyslexi ofta

vara förenad med stor begåvning på andra områden. Det finns många anekdotiska exempel på framstående personer med dyslexi, tex Faraday, Einstein, Rodin, Picasso, Aalto, Churchill. Många elever med läs- och skrivproblem kan således ha talanger på andra områden. Tyvärr har många fått sin självbild knäckt av läsproblemen och låter inte slumrande talanger komma fram. Skolan är inte heller alltid bra på att upptäcka särbegåvningar, särskilt inte hos elever som har en låg profil.

Tvillingstudier har visat att det finns ett ganska starkt ärftligt inslag i dyslexi. På senare tid har man tom lyckats identifiera områden i den mänskliga arvsmassan där det sannolikt finns gener som kan ge en dyslektisk disposition. Med moderna metoder för avbildning av hjärnan har man också visat att den dyslektiska hjärnan bearbetar fonologisk information på ett något annat sätt än den normala hjärnan.

Dyslexi är alltså en funktionsnedsättning i det fonologiska systemet som kan ge sig tillkänna i problem med att hantera skrivna ord, särskilt ordigenkänning och stavning. Störningen har sannolikt en ärftlig och neurobiologisk bakgrund. Mellan 5 och 10 % av befolkningen antas ha en dyslektisk läggning med olika utpräglingsgrad. Det kan finnas en mindre grupp dyslektiker som inte har utpräglade fonologiska problem utan snarare problem med att hålla fast en inre visuell föreställning om ord.

Alla problem med läsning och skrivning är inte dyslektiska. Det finns naturligtvis barn med en mer allmän kognitiv funktionsnedsättning som gör att de har problem med att lära sig det mesta i skolan. Andra barn kan ha haft så kaotiska uppväxtvillkor och så dålig stimulans från omgivningen att deras ordförråd och allmänna omvärldsorientering är bristfällig. Deras möte med texter kan då inte förväntas bli framgångsrikt. Man kan också tänka sig att den första läsundervisningen i vissa fall varit dåligt upplagd och bidragit till att en del sent mognande elever blivit förvirrade och inte utvecklat förståelse för hur den alfabetiska principen fungerar. Ett sådant tidigt misslyckande kan i värsta fall få förödande konsekvenser för det fortsatta lärandet. Det finns således en rad tänkbara anledningar utöver dyslexi till att elever uppvisar bristfällig läsförmåga. En noggrann kartläggning av elevens svårigheter och bakgrund bör ge riktlinjer för hur de pedagogiska stödinsatserna skall läggas upp.

I vår fortsatta framställning kommer vår terminologi inte vara helt konsistent. Ibland talar vi om dyslexi, ibland om specifika läs- och skrivsvårigheter och ofta bara om läs- och skrivsvårigheter eller lässvårigheter. Detta oskarpa språkbruk hänger ihop med den forskning vi refererar till. En del studier är baserade på elever med mer tydliga dyslektiska drag, medan andra inte har inrymt någon närmare diagnos utan nöjt sig med att fastställa att eleverna haft lässvårigheter. I den internationella litteraturen växlar man också i språkbruket – ibland används uttrycket ”reading disability”, ibland ”reading disorder” och ibland ”developmental dyslexia”. Eftersom dyslexi är en ganska vanlig anledning till lässvårigheter menar vi att vi inte gör alltför stort våld på verkligheten om vi ibland

använder termen dyslexi i en ganska vid bemärkelse och inte alltid har en god diagnos som grund för beteckningen. Från praktisk-pedagogisk synpunkt är det avgörande att när vi ställs inför en enskild elev som är i både lässvårigheter och matematiksvårigheter så måste vi försöka förstå samspelet mellan de två problemen. Detta samspel kan se helt olika ut för olika elever. I vårt framställning har vi försökt ge så mycket kunskapsunderlag som möjligt för att förstå hur detta samspel kan gestalta sig. Tyvärr har vi långt kvar innan vi mer i detalj kan nå klarhet i detta samspels natur men uppenbarligen har en del elever så stora svårigheter i skolarbetet att de har rätt till särskilt stöd.

> Särskilt stöd skall ges till elever som har svårigheter i skolarbetet.
> (Skollagen 1 §, 4 kap)

> En elev skall ges stödundervisning, om det kan befaras att eleven inte kommer att nå de mål som minst skall ha uppnåtts vid slutet av det femte och det nionde skolåret eller om eleven av andra skäl behöver särskilt stöd.
> (Grundskoleförordningen 4 §, 7 kap)

Dyskalkyli

Dyskalkyli är en term som brukar användas som beteckning på problem med att lära sig matematik, främst grundläggande aritmetik. Termen är mycket problematisk och ofta missbrukad. Vi har därför valt att helt avstå från att använda begreppet dyskalkyli i vår översikt. Läsare som är intresserade av frågor kring forskning om dyskalkyli hänvisas till tex Malmer (1999), Price & Youé (2000), Magne (2001), Dalvang m fl, (2002).

Avgränsning

Forskning kring samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematikkunnande har hittills varit starkt koncentrerad till grundläggande aritmetik och tillhörande problemlösning med utgångspunkt i textuppgifter, ofta kallade "benämnda uppgifter". Mölleheds studie (2001) om läsförståelse och poblemösning i matematik omfattade årskurs 4–9. De flesta internationella studier är annars gjorda bland elever i de tidigare skolåren.

Denna kunskapsöversikt är därför i huvudsak koncentrerad till aritmetik och yngre elever. Elever i annan skolform än grundskola, som specialskola och särskola berörs inte i denna rapport. Översikten behandlar inte heller specifikt frågor om elever med annat modersmål än svenska. Här hänvisar vi istället till en studie som nyligen genomförts av NCM på uppdrag av Skolverket (Rönnberg & Rönnberg, 2001).

I lagtexter och styrdokument används begreppen årskurs och skolår parallellt. Vi har valt att följa lagtextens praxis och använder genomgående begreppet årskurs.

Matematik och språk

Matematikens språk och symboler

Många elever i läs- och skrivsvårigheter upplever problem inom olika områden t ex i samband med lärande i matematik. Välmenta försök från lärares sida att låta eleverna undvika läs- och skrivsvårigheter genom att låta dem arbeta med uppgifter där de språkliga kraven är minimerade rekommenderas inte (El Naggar, 1996).

En väl anpassad undervisning i matematik måste i stället innefatta sådana språkliga faktorer som påverkar elevernas lärande inom både läsning, skrivning och matematik. Miles (1992) menar att de kunskaper och insikter som läraren har om hur språkliga svårigheter påverkar lärandet i matematik är särskilt betydelsefulla för att dessa elever ska utveckla självförtroende och lust att lära matematik.

I så gott som all didaktiskt litteratur betonas just språkets betydelse för begreppsbildning i matematik (Johnsen Høines, 1987; Grauberg, 1998; Malmer, 1999; Hendersson & Miles, 2001). Både skriftspråket och matematiken bygger på språk i form av text, instruktioner och symboler. Jakobsson-Åhl (1999) pekar på att skillnaden mellan vardagsspråket och det matematiska språket är matematikens speciella symbolsystem och graden av precision. För att kunna kommunicera via symboler måste man förstå relationen mellan matematiska begrepp, idéer och symboler. Matematiken har liksom det naturliga språket sin egen vokabulär, sin egen terminologi och sin egen grammatik som består av regler och konventioner som bestämmer på vilket sätt det skrivs (Jordan, 1998). Jordan påpekar emellertid att matematik inte är ett naturligt språk i samma bemärkelse som t ex engelska eftersom matematik inte är ett första språk för någon enda person eller grupp av personer. Pimm (1987) betraktar matematiken ur ett lingvistiskt perspektiv och jämför matematikens språk med lingvistikens idé om att språk handlar om kommunikativ kompetens. Kommunikativ kompetens innefattar att veta hur språket kan användas för kommunikation i olika sociala sammanhang – hur språket kan anpassas för olika situationer. I ett samtal t ex får lyssnaren god vägledning av tonfall, gester, blickar, ansiktsuttryck, kroppshållning, pekningar och många andra subtila ledtrådar som underlättar tolkningen. Pimm pekar också på vikten av att lärare är medvetna om de särskilda konventioner som gäller för muntlig och skriftlig kommunikation i och om matematik och hur det påverkar det som kommuniceras. Att lära sig tala och skriva när man arbetar med matematik kräver explicit

undervisning för att elever – särskilt elever i läs- och skrivsvårigheter – ska kunna använda muntlig och skriftlig kommunikation på ett effektivt sätt.

En del problem som tex omkastningar av siffror vid skriftliga beräkningar kan hindra eleverna i deras forsatta utveckling och matematiska förståelse. Det är viktigt att lärare inte endast kontrollerar elevernas skriftliga arbeten utan också:

- Lyssnar till hur eleven läser symboler högt.
- Presenterar uppgifter uttryckt i matematiska symboler som eleven löser muntligt (använder ev åskådligt materiel).
- Presenterar muntliga uppgifter som eleven uttrycker med hjälp av skriftliga symboler.

(El-Naggar, 1996 s 11, vår övers)

Språksvårigheter

Samtidigt som matematikdidaktisk litteratur framhåller språket och kommunikationens stora betydelse för lärande i matematik måste man komma ihåg att läs- och skrivsvårigheter samtidigt är språksvårigheter, dvs problem kan uppstå både i talat och skrivet språk (Kibel, 1992). En del elever finner det svårt att uppfatta information som i huvudsak ges genom lärarens muntliga förklaringar och instruktioner, eftersom det innebär att de för sitt lärande måste förlita sig helt på det område som vållar problem, nämligen språket. Om muntlig information däremot också åskådliggörs genom handling, eller i visuell form, får eleven fler möjligheter att uppfatta och tolka informationen.

Inre föreställningar

Forskning visar att ett viktigt steg mellan elevernas laborerande med objekt och abstrakt arbete med tal är ett steg där de får *föreställa* sig objekten och utveckla förmågan att kunna skapa inre föreställningar (Joffe, 1983; Anghileri, 2000). Genom vår förmåga att göra oss inre föreställningar om händelser och fenomen kan vi när vi tex ska lösa problem, kommunicera med oss själva genom vårt inre tal (Bråten, 1998). Om elever får använda laborativt materiel enbart i syfte att komma fram till lösningar på tex enkla additionsuppgifter finns risken att eleverna inte utvecklar någon djupare förståelse. Det laborativa materielets funktion är att lyfta fram det matematiska tänkandet och att stödja språkliga förklaringar. Löwing & Kilborn (2002) betonar vikten av att man lägger undan det laborativa materielet så fort eleven förstått en ny tankeform och att eleven får öva sig att använda den aktuella tankeformen i olika situationer. Ett av målen med att använda laborativt materiel, menar de, är att eleverna så snart som möjligt ska frigöra sig från det. Betydelsen av åskådlighet i matematikundervisningen som ett medel för att skapa inre

föreställningar har betonats i flera matematikdidaktiska arbeten under 1900-talet. (Se tex Kruse, 1910; Wigforss, 1952).

> Den yttre åskådningen är emellertid ett medel att komma fram till den inre, till en åskådning i fantasien, till det åskådliga tänkandet. Och kravet på åskådlighet kan leda till överdrift i att visa barnen allt möjligt, som de redan har en klar uppfattning av, medan man försummar att uppöva deras förmåga av åskådligt tänkande.
>
> (Wigforss, 1952, s 8)

Även om vissa barn spontant utvecklar förmågan att skapa inre mentala föreställningar behöver elever med dyslexi hjälp med detta. Joffe (1983) beskriver hur ett antal personer fick se en rad med olika bilder eller symboler under en kort stund. De skulle sedan försöka att muntligt återge så många av symbolerna som möjligt. De allra flesta personerna kom ihåg dem genom att utnyttja det inre tysta talet. De gav bilderna namn eller etiketter som tex ”en stjärna med en linje”, ”tennisrack” etc. Personer med dyslexi använde denna namnteknik i mycket mindre utsträckning och mindes också färre bilder. När man blockerade normalläsarnas inre tal genom att låta dem upprepa ”the” under hela tiden de fick se bilderna försämrades deras resultat avsevärt och låg i nivå med personerna med dyslexi.

Det inre talet är viktigt för att vi ska kunna skapa inre representationer av ett innehåll och för att kunna hålla aktuell information i minnet. När vi läser en text tyst aktiveras talorganen, vi kopplar på vårt inre tysta tal. När svårighetsgraden i texten ökar, ökar aktiviteterna i talorganen (Lundberg, 1984). I många sammanhang är det viktigt att hålla aktuell information i minnet. När vi skriver en text måste tankarna hållas aktuella i medvetandet så att vi kan skriva ned dem på papperet. Samtidigt planerar vi framåt sådant som vi strax ska skriva och sådan information måste också hållas aktuell i medvetandet. Hos elever med dyslexi kan vi se att de ofta tappar tråden och texten blir osammanhängande, eller att de skriver om samma meningar flera gånger eftersom de glömt vad de nyss skrev. När man gör beräkningar och tex ska addera två tal eller utföra en multiplikation i huvudet eller på papper krävs det också att man kan hålla aktuella talfakta i huvudet till dess man *utfört* beräkningen.

Joffe (1983) påpekar att svårigheter att skapa inre representationer bla kan visa sig vid algoritmräkning där eleven ska ”växla” och ”låna”, tex:

$$\begin{array}{r} 19 \\ +36 \\ \hline \end{array}$$

I standardalgoritmen ska eleven addera 6 ental och 9 ental genom att omgruppera talen, hålla dem i minnet och ge dem nya namn – ett tiotal och fem ental. Eleven måste komma ihåg att addera det erhållna tiotalet till 3+1 i tiotalskolumnen. Joffe menar att det finns ett antal förklaringar till den stora mängd fel som görs på den här typen av uppgifter av elever med dyslexi. En svårighet verkar just vara att namnge de omgrupperade talen med hjälp av det inre talet och dessutom behålla all aktuell information i minnet som är nödvändig för att utföra beräkningen.

Från konkreta erfarenheter till abstrakt symbolisering

När nybörjarna ska lära sig skriva i skolan sker det i stor utsträckning genom att de överför sitt eget muntliga språk till skriven form i små berättelser och händelseböcker. Elevernas skriftspråkliga kunnande uttrycker då inte deras egentliga språkliga förståelse. Med tiden och i takt med att barnens erfarenheter och kunnande växer ökar den skriftspråkliga komplexiteten i syntax, omfång, stavning med mera. Inte heller i den grundläggande inlärningen i matematik speglar elevernas förmåga att uttrycka sig genom matematiska symboler deras verkliga förståelse för situationer som har att göra med matematik. Anghileri (2000) menar att på samma sätt som det tar lång tid att utveckla skriftspråklig kompetens, tar det lång tid för elever att överföra konkreta erfarenheter till mentala representationer och motsvarande matematiska symboler.

Konkret erfarenhet → Mentala representationer → Symbolisering

Skapa samband mellan språk och handling

Genom att sortera och gruppera verkliga objekt som leksaksbilar, gosedjur, kottar etc introduceras barnen till mönster som kan benämnas med talnamn. Talet ”5” kan representeras av en samling bilar, dockor eller knappar. Men ”5” är i sig själv en abstraktion av varje sådan gruppering. Genom att samtala om sina erfarenheter kommer barnen att etablera korrekta talnamn med visuella mönster som de vid upprepade tillfällen möter och som utgör grunden för mentala föreställningar (Anghileri, 2000). Innan barnen använder abstrakta symboler kan de börja modellera tal med hjälp av åskådligt materiel och ta hjälp av sina fingrar för att symbolisera de verkliga objekten (Carpenter & Moser, 1984). I klassrummet introduceras kulramar, tiobasmateriel och tallinjer som kan representera talen på ett strukturerat sätt. Genom tiobasmateriel kan strukturen för positionssystemet i ental, tiotal, hundratal osv bli enklare att upptäcka. För elever med dyslexi rekommenderas att de alltid får möjlighet att uttrycka sina tankar i talat språk i samband med att de laborerar med åskådligt materiel (Henderson & Miles, 2001). Att sätta

ord på sina tankar är ett sätt att synliggöra dem, vilket är betydelsefullt för att eleverna ska kunna sammanbinda språket med själva handlingen. De muntliga formuleringarna förstärker förståelsen av de laborativa undersökningarna och eleverna använder på så sätt flera sinnen för sitt lärande.

Kibel (1992) betonar att språk och handling interagerar och stöttar varandra och att elever dessutom måste få den tid som krävs för att språket i olika situationer ska kunna utvecklas till att stå på egna ben. Hon beskriver hur Alex, en pojke med dyslexi, varje gång han skulle dela upp tal måste beskriva sin handling i ord. Språket hjälpte till att klargöra innehållet i handlingen. För Alex var det nödvändigt att uttala orden högt både för att minnas och för att klargöra innebörden i handlingen. Genom att använda åskådligt materiel och utföra handlingar parat med muntligt tal underlättades lärandet. Kibel betonar vikten av att elever som Alex får beskriva en handling muntligt i många olika situationer och under lång tid. För Alex var matematiska termer som ”ett tiotal”, ”tio ental” ”växla” osv bundet till själva handlingen när han laborerade med talblock som representerade ental, tiotal och hundratal. Genom att han fick arbeta multisensoriskt och genom att han fick befästa de språkliga matematiska uttrycken minskade och upphörde så småningom behovet av åskådlighet genom talblocken. Språket i sig räckte för att frammana inre representationer för de matematiska begreppen.

Många pedagogiska idéer som ges för elever i allmänhet, i matematikdidaktisk litteratur som betonar vikten av att elever lär sig med begreppslig förståelse, passar också elever med dyslexi. Kibel påpekar att det som framför allt skiljer är att de senare behöver en mycket strukturerad och explicit undervisning där de språkliga svårigheterna beaktas och att tid är en mycket kritisk faktor för lärandet.

Elevers egna uttrycksformer

Många lärare anser att förskolan spelar en mycket viktig roll för barnens läs- och skrivinlärning och lärande i matematik särskilt när det gäller barn som riskerar att utveckla svårigheter inom dessa områden (se bilaga). Genom att barnen får använda sitt eget talade språk och genom att de får skapa egna bilder och symboler som uttryck för händelser i vardagen med anknytning till matematik kan de redan i förskola och i förskoleklass börja utveckla förståelse för de matematiska symbolernas funktion (Ahlberg, 1995; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999; Johnsen Høines 1997).

Plasencia et al. (2001) betonar att elever bör uppmuntras att använda egna kreativa uttrycksformer, som de har förståelse för, på alla nivåer i utbildningen. I en intressant studie gjord bland elever i årskurs 8 beskrivs hur lärares attityder till elevers informella sätt att lösa matematiska problem innebar att de elever som lärt sig att använda ”skolmatematikens”

lösningsmodeller oftare betraktades som ”briljanta” i matematik även om de inte hade några egna kreativa idéer om hur de skulle kunna ge sig i kast med ett problem som var nytt för dem och som krävde andra lösningsstrategier än de som de redan kunde. Å andra sidan betraktades fantasirika och kreativa elever, som gav sig i kast med nya problem och som de fann relevanta lösningar på, ändå av en del lärare som okunniga, eftersom de inte lärt sig memorera och använda skolmatematiken utan hade egna informella förslag på lösningar. Plasencia et al. påpekar att om skolan vill utbilda elever till kreativa och fantasirika matematiker med ett fritt tänkande måste elever som är mer intuitiva i sitt tänkande och mindre akademiska uppmuntras och ges en undervisning som bidrar till att de kan utveckla sitt abstrakta tänkande. Det borde vara lika viktigt för de elever som lär sig matematiska formler och procedurer, men som inte törs ha några egna idéer och lösningsförslag, att de även får utveckla sin egen fantasi och kreativitet. För elever med dyslexi kan problemen med symboler och symbolhantering vara den primära orsaken till svårigheter, snarare än förståelse av de matematiska begreppen (Miles & Miles, 1992; Steeves, 1983; Chinn & Ashcroft, 1999). I förskolan och i den inledande undervisningen i skolan är det ytterst viktigt att elever uppmuntras att uttrycka sig med olika representationsformer, både informella och mer formella, för att de ska bibehålla sin kreativitet och för att utveckla tilltro till sitt eget tänkande så att de vågar ge sig i kast med matematiska problem som de inte finner formella lösningar på. Detta gäller på alla nivåer i undervisningen. Lärarens uppgift är att hjälpa eleverna att utveckla sitt tänkande så att de också med tiden lär sig formellt tänkande. Detta innebär inte att man också måste lära sig på ett formellt sätt.

I en nyligen publicerad studie gjord bland lärarstuderande, problematiserar Johnsen Høines (2002) språkets funktion som ett fundamentalt redskap i lärandeprocessen.

Komplexiteten i elevers språkanvändning behöver studeras ytterligare för att öka förståelsen för vad som sker när man rör sig från ett språk till ett annat, från informella uttrycksformer till formella, från personliga erarenheter till generella förklaringar och utsagor. Syftet är bl a att försöka synliggöra de processer som sker när man kommunicerar ett matematiskt innehåll och försöker komma till insikt och förstå matematisk uttryck (notions) genom att undersöka olika sätt att uttrycka sin förståelse. Johnsen Høines refererar bl a till Bakhtin och studien har sin utgångspunkt i ett textteoretiskt perspektiv.

Symbolutveckling

Van Oers (2000) påpekar att symboler inte kan referera till handlingar, situationer eller till andra symboler om inte innebörderna i dessa referenter är kända. Symbolen *R* utefter en vägsträcka som refererar till restaurang kan bara förstås om man redan vet vad restaurang är. De första

symbolerna som barn konstruerar sker på basis av likhet med det som refereras till. Man kan skilja på:

Ikoniska tecken där det finns en perceptuell likhet mellan symbol och referent: Δ → triangel. Detta motsvaras av barnens egenhändigt ritade teckningar eller bilder som de gör för att lösa matematiska problem och där man kan se vad bilden föreställer.

Indextecken som bygger på ett samband mellan tecken och referent: rök → eld. Ett exempel är när Louise, en femårig flicka, varit på studiebesök på en bondgård och senare dokumenterar hur många hästar hon sett genom att rita en häst så att man förstår *vad* hon räknat, men sedan gör hon 9 prickar för att tala om *hur många* hästar hon sett.

Symboler som bygger på konventionella relationer mellan tecken och referent: x → multiplikation.

Symbolerna har i det sista exemplet skiljts från perceptuell likhet och de refererar till något annat på basis av inre teoretiska relationer mellan symbol och det den hänvisar till. Nödvändigheten av perceptuell likhet har upphört. Många forskare och lärare som arbetar med elever med dyslexi påpekar att det är mycket viktigt att dessa elever får en särskilt tydlig undervisning som bygger på förståelse för symbolers innebörder och hur de hanteras eftersom detta är en speciellt kritisk punkt för elevernas lärande i och om matematik (Miles, 1992; Chinn & Ashcroft, 1998; Henderson, 1998; Malmer, 1999). Elever som har svårt med hur symboler hanteras bör alltid arbeta muntligt i samband med att nya matematiska begrepp introduceras och använda mer konkreta representationsformer innan de gör överföringar till de matematiska symbolerna (Grauberg, 1998).

Symbolers innebörder

Att lära sig förstå innebörder i de matematiska symbolerna kan innefatta flera problem för elever i läs- och skrivsvårigheter. Det kan dels vara problem att hålla reda på och se skillnad mellan olika tecken och symboler tex + och x, eller – och ÷, dels vara svårt att förstå de tankar och idéer som tecknen och symbolerna representerar. I våra hindu-arabiska siffror finns inte några direkta kopplingar mellan siffrorna och deras innebörder. Talet 100 skrivs med en etta och två nollor men har namnet ”ett hundra”. Sambanden mellan siffra, tal och namn i det systemet bygger helt på *konventioner.* Det innebär att eleverna måste lära sig två helt olika system för att räkna i tiotal (Butterworth, 2000). Först ska de lära sig det verbala systemet som inte är ett positionssystem utan ett kodat system eller ett namnvärdesystem. Vi har särskilda namn för vissa potenser av tio: ”tio”, ”hundra”, ”tusen”, ”miljon”. Vi säger ”tvåhundratolv”, inte ”två ett två”. Dessutom ska eleverna lära sig det hindu-arabiska siffersystemet som är

ett positionssystem och de måste lära sig översätta eller omkoda från det ena systemet till det andra. Det mest grundläggande, påpekar Butterworth, är att eleverna måste lära sig att större tal består av mindre tal, att båda systemen använder sig av ”additiv sammansättning”. De måste med andra ord lära sig att både tolv och 12 betyder tio plus två. Talen mellan tio och tjugo kan vara problematiska eftersom tiotalet står på ”fel” plats, ”fem-ton”, ”sex-ton” osv (se tex Kilborn, 1989). I många andra språk, tex kinesiskan, finns det däremot överensstämmelse mellan talens positioner och deras namn. Det heter tex ”tio-ett”, ”tio-två”, ”tio-tre” osv. Kinesiska barn behöver inte lära sig nya ord eller nya delar av ord för tiotalen 20, 30, 40 osv eftersom antalet tiotal framgår tydligt genom namnvärdesystemet, två tio, tre tio, fyra tio osv. Vårt namnvärdesystem för tiotalen bygger på samma princip, bortsett från namnet för ”20”, men språkligt framgår det inte lika tydligt som i det kinesiska språket. Kinesisktalande taiwanesiska barn som är 4, 5 och 6 år gamla är anmärkningsvärt mycket bättre än amerikanska barn på att räkna med tal mellan 11 och 20 (Butterworth, 2000). De verkar också som om överensstämmelsen i struktur underlättar förståelsen för hur man adderar tal.

Lärande genom kommunikation

Vygotsky har hävdat språkets stora betydelse för allt lärande. Han menar att språket leder barnets utveckling framåt och att språk och tanke utvecklas i en ständigt pågående dialektik. En av Vygotskys teser är att det är ett socialt samspel, interaktionen mellan människor, som har en avgörande betydelse för begreppsutvecklingen och för förmågan att skapa nya tankestrukturer. Imitation är en viktig del i barns lärande (Bråten, 1998). Med imitation menas inte ett ensidigt härmande av den vuxnes handlingar och språk utan ett meningsfullt samspel och ett ömsesidigt utbyte av innebörder. Van Oers (2000) menar att det ibland skett en missuppfattning bland lärare om hur elever ”konstruerar kunskap” som liktydigt med att elever lär sig på egen hand. En ensidig fokusering på tyst räknande i matematikböcker och ensamarbete med eget arbetsschema kan vara tecken på sådana missuppfattningar. Men läraren är en central person för elevers lärande där kommunikation och reflekterande samspel, enligt våra läroplaner, är viktiga komponenter.

Johnsen Høines (1997) har utgått från Vygotskys teorier om språkutveckling och låtit elever använda sitt eget muntliga språk, rita bilder och skapa egna symboler för att uttrycka tankar och idéer om matematik i samspel med kamrater och lärare. Johnsen Høines talar om begreppsinnehåll och begreppsuttryck. Begreppsinnehållet är tex tankar och uppfattningar som vi har av omvärlden. Begreppsuttryck är det språk med vilket vi kan uttrycka dessa tankar och idéer. Att uttrycka sig språkligt blir då en viktig del av begreppsutvecklingen. Sådant samspel och kommunikation mellan elever och mellan elever och lärare sker tex när

eleverna löser problem i par eller i grupper av elever där de diskuterar olika förslag på lösningar och val av strategier. I samtalen med lärare och kamrater konfronteras elevernas uppfattningar av ett problem och deras förståelse kan utvecklas och fördjupas när de möter andra sätt att tänka och uppfatta (Ahlberg, 2001). Samtidigt bör det påpekas att kommunikation och samarbete i sig inte garanterat leder till att eleverna utvecklar sin begreppsliga förståelse för matematik. Om man vill utveckla ett arbetssätt som stimulerar till samarbete och kommunikation mellan elever måste man fundera över vad ett sådant arbetssätt ska innehålla och leda till.

Undervisningen måste anpassas till olika elevers förutsättningar så att de ges möjligheter till adekvata utmaningar och det är därför viktigt att lärare har goda kunskaper om sina elevers utveckling och om den matematik de ska lära sig. Elever med dyslexi kan uppleva det särskilt svårt att endast lita till muntligt språk och kommunikation i en problemlösningssituation. Behovet av att samtidigt tala, se och laborera med någon form av åskådligt materiel är ibland mycket stort och det tar lång tid och kräver mycket erfarenhet innan språket i en viss situation kan stå på egna ben (Kibel, 1992). För andra elever kan visuellt materiel i form av bilder, diagram o dyl vara det bästa stödet i kombination med muntlig kommunikation.

Skapa möte mellan informell och formell kunskap

De allra flesta barn i världen, vilket land, kultur, social klass eller etnisk grupp de än kommer från, utvecklas i en omgivning som på många sätt är rik på kvantitativ information och händelser (Ginsburg, 1997). Även om barnens erfarenheter av kvantitet varierar lär sig de allra flesta ett sådant fundamentalt matematiskt system som tex räkneramsan och han menar att det är nästan omöjligt för barn att undgå att lära sig viss informell matematik. Ginsburg definierar ”informell” matematik som sådan matematik som uttrycks i vardagliga termer och som man lär sig utan undervisning. Han menar att informell matematik utvecklas hos barn därför att de är nyfikna och kan ha praktisk användning av sina kunskaper. Inre motivation framstår som en viktig drivkraft i barns önskan att lära sig. En viktig fråga enligt Ginsburg är hur lärare kan möta barnen med respekt för deras informella kunskaper och hjälpa dem att utveckla sina tankar och idéer och föreställningar.

D'Ambrosio (2000) betonar betydelsen av ”etnomatematik”, dvs relationen mellan kultur och matematik. Han påpekar att varken lärare eller folk i allmänhet ser att matematik och kultur har något samband. Om man i skolan försöker lyfta fram sådana samband sker det tex genom att eleverna får arbeta med multikulturella aktiviteter mer som ett kuriöst inslag och med kulturer som är främmande för eleverna i klassen. Men D'Ambrosio menar att om eleverna får erfarenhet av multikulturella

aktiviteter som speglar människors kunnande och handlande i olika kulturella miljöer, kan de lära sig att både uppskatta matematiken och samtidigt utveckla respekt för människor som är olika dem själva.

I många klassrum dominerar mekanisk färdighetsträning (Thompson, 1992b). Detta kan vara förödande för elever med begränsat minne (Chinn & Ashcroft, 1998). Men det kan också leda till att elever i allmänhet kan utveckla svårigheter p g a en undervisning som inte förmår möta och hjälpa dem att utveckla sina informella tankar, idéer och strategier så att det leder till meningsfull matematisk förståelse.

Ords innebörder

Det finns en skillnad mellan begrepp och namn för begrepp. Mening och innebörd i ord varierar från människa till människa beroende bl a på kunskaper och erfarenheter (Lundberg, 1984). Namnet på ett begrepp är inte detsamma som begreppet som fått sitt namn. Tänker vi tex på *matematik* innebär inte det att var och en gör sig samma föreställningar om ordets innebörd.

Watson (1996) påpekar, att när elever utvecklar och tar till sig det matematiska språket så betyder inte detta att vikten av informell kommunikation minskar. Ett problem för många elever i lässvårigheter är kontrasten mellan precisa matematiska ord och deras innebörder och allmänna vardagliga ord (Henderson & Miles, 2001). Olika typer av ord som kommuniceras i undervisningen i matematik kan klassificeras som:

– Allmänna icke-matematiska ord som *är, därför att, skola*
– Matematiska ord som *polygon, kvadrat, täljare, koefficient*
– Allmänna ord som även har en matematisk innebörd som *funktion, volym, likhet*

Det finns risk för att det uppstår förvirring när ord i den tredje kategorin används i sin matematiska betydelse men uppfattas i sin vardagliga betydelse: *Vad är volym? Det är en knapp på CD-spelaren.* Se även Wells (2002). Ginsburg (1997) påpekar att undervisningen i matematik i allt för liten utsträckning tar sin utgångspunkt i elevernas informella uppfattningar, språk och strategier, när de kommer till skolan. Miles (1992) betonar matematikens språkliga karaktär och menar att det inte bara är skriven matematisk text som vållar problem för elever med dyslexi, det gör i hög grad även i den muntliga kommunikationen där ett problem tycks vara att lära nya ord. Hon framhåller betydelsen av att lärare i undervisningen arbetar specifikt och systematiskt med olika matematiska ord och uttryck som eleven ska lära sig. På samma sätt som undervisningen i läsning och skrivning tar sin utgångspunkt i att läsförståelse inte utvecklas genom isolerad färdighetsträning av enskilda ord, måste lärare lägga sig vinn om att matematiska ord och uttryck ingår i för

eleven relevanta sammanhang och tar sin utgångspunkt i elevens tidigare erfarenheter och språkliga kompetens.

Sammanfattning

I den här delen har vi betonat språkets roll för begreppsbildningen i matematik och vikten av att tala, läsa och skriva i samband med matematik.

Att uttrycka sig muntligt och skriftligt i matematik har flera syften. Ett är att eleven i ett socialt sammanhang ska förmedla något till någon annan. Ett annat är att eleven uttrycker sig i tal och skrift för att kunna organisera sina tankar och lära. Genom att sätta ord på tankar och idéer lyfts de upp och blir synliga för reflektion och eftertanke och på så sätt kan en djupare förståelse nås.

Förståelse för de matematiska symbolernas innebörder och hur de används är en av stötestenarna för elever i läs- och skrivsvårigheter. Det är därför nödvändigt att lärare lägger stor vikt vid att undervisningen bidrar till att elever utvecklar god taluppfattning och förståelse för samband och relationer mellan tal och mellan tal och procedurer och hur tankar och idéer uttrycks genom matematiska symboler.

I den grundläggande inlärningen i matematik speglar inte barnens förmåga att använda matematiska symboler deras verkliga förståelse för situationer som har att göra med matematik. Genom att kommunicera med sitt eget talade språk, använda sina egna uttrycksformer, rita bilder och handskas med verkliga objekt, skaffar sig barnen erfarenheter som sedan kan utvecklas till formella kunskaper och förståelse. Då symbolhanteringen kan vara särskilt problematisk för elever i läs- och skrivsvårigheter är åskådlighet och reflekterande samtal nödvändiga på alla nivåer i undervisningen.

Ett viktigt steg mellan elevernas laborerande med objekt och abstrakt arbete med tal är ett steg där de får föreställa sig objekten och utveckla förmåga att kunna skapa inre föreställningar. Genom vår förmåga att göra oss inre föreställningar om händelser och fenomen kan vi när vi tex ska lösa problem, kommunicera med oss själva via vårt inre tal. Att utveckla denna förmåga tycks vara en kritisk punkt för elever med dyslexi. Det är därför särskilt viktigt att lärare utvecklar en undervisning som bidrar till att eleverna lär sig skapa inre bilder, inre representationer av tal och händelser med anknytning till matematik, så att de också kan utveckla formellt tänkande om matematik.

I följande två avsnitt tar vi upp frågor som rör läsning och lässvårigheter. Matematiken inrymmer en textvärld som man bara kan få tillgång till om man har väl utvecklade läsfärdigheter. Vägen mot en bättre förståelse av faktatexter och sådana texter som matematiken inrymmer beskrivs också i det därpå följande kapitlet.

Vägen till skriftspråket

Den första läsinlärningen i ljuset av aktuell forskning

En av skolans allra viktigaste uppgifter är att se till att alla barn lär sig läsa. I dag är den uppgiften mer angelägen än någonsin, eftersom skriftspråket får allt större betydelse i arbetslivet och samhällslivet. Samtidigt lämnar alltför många människor skolan med otillräckliga läsfärdigheter.

Debatten om den rätta metoden i den första läsundervisningen har tidvis haft en påfallande hetta, vilket kan ses som ett uttryck för den stora vikt man tillmäter goda läsfärdigheter. Tyvärr har debatten också lett till en extrem polarisering av ståndpunkter som i grunden inte gagnat arbetet i skolan. Dessbättre har verkligheten kunnat bidra med en bättre balans. Det finns knappast någon företrädare för en extremt ljudinriktad läsundervisning som på allvar skulle hävda att meningsfulla upplevelser inte skulle vara viktiga vid läsning eller att läsandets lust och glädje inte betydde något. Det finns inte heller någon företrädare för en helt förståelseinriktad metodik som i praktiken inte försöker utnyttja det alfabetiska systemets möjligheter vid identifiering av skrivna ord. Dessutom kan läsundervisningen nu bygga på en gedigen fond av systematiskt vetande som byggts upp av en livaktig läsforskning.

I detta bidrag har vi ingen önskan om att höja den polemiska temperaturen. Möjligen kan vi utifrån en forskares perspektiv demonstrera hur onödigt tillspetsad debatten tidvis varit. Barnets väg mot skriften är en väg med dubbla spår som löper tätt samman och förutsätter varandra. På detta begränsade utrymme och för att inte tynga framställningen avstår vi från att fortlöpande referera till olika forskningsrön och undersökningar, men i slutet lämnar vi en lista på viktiga referenser som stöder vårt resonemang.[1]

De första stegen är särskilt viktiga

För somliga barn är det svårt att lära sig läsa. Det finns stor risk att det kan gå snett i det avgörande skedet när man skall förstå hur det egentligen går till att läsa, när man skall knäcka den alfabetiska koden. Om man blir förvirrad då och upplever vanmakten att inte kunna, att inte förstå, kan man lätt drivas in i en ond cirkel, där nederlag föder nya nederlag, där man tappar tron på sin egen förmåga och där man helst vill fly från alltsammans. Skolan måste göra allt för att förhindra detta. En genomtänkt metodik och engagerade lärare kan här få avgörande betydelse för barns fortsatta skolgång och kanske för resten av livet.

[1] *Referenser till de följande två kapitlen finns samlade i en särskild lista på s 181.*

Barns tidiga möten med skriftspråket måste bli meningsfulla, glädjerika och samtidigt så noggranna och systematiska att misslyckanden kan undvikas. I Sverige liksom i Finland kan vi bygga vidare på en lång och framgångsrik tradition som inneburit att svenska och finska skolbarn läser bättre än barn i de flesta andra länder. Stora förändringar har emellertid skett i det svenska samhället under de senaste årtiondena, förändringar som också djupt ingripit i barns uppväxtvillkor. Otvivelaktigt har dessa förändringar också konsekvenser för arbetet i skolan.

En ökad invandring har gjort att vi har fler barn än någonsin som talar ett annat språk hemma än i skolan och som lever på ett annat sätt än svenska barn. En stor arbetslöshet har skapat otrygga förhållanden för många barn. Ökad familjesplittring och ökad inflyttning till storstadsområdena har också bidragit till otryggheten. Datoriseringen och ny kommunikationsteknik, tex mobiltelefoner och Internet, tillsammans med nya TV-kanaler, video och dataspel är andra faktorer som förändrat livet för många familjer. En majoritet av barnen har numera också flera års erfarenheter av offentlig barnomsorg och förskola när de kommer till skolan. Hur möter vi dessa nya behov som förändringarna i barns villkor skapat?

En annan anledning till att vi nu behöver stanna upp och begrunda frågor om läspedagogik är att forskningen om läsning och läs- och skrivsvårigheter har varit särdeles livaktig under 1990-talet. En lång rad undersökningar har gett bekräftelser på sådant som man bara anade tidigare: Lässvårigheter kan effektivt förebyggas med en planmässig undervisning som hjälper barnen att förstå den alfabetiska skriftens princip.

Barn är olika

En nybörjargrupp i dag kan inrymma barn med de mest skilda förutsättningar – en del är trygga, lugna och nyfikna; de är uppfyllda av god självtillit och entusiasm inför allt de skall få lära sig. Många har redan kommit långt i sin läsutveckling och läser nästan flytande; vuxnas eller kanske äldre syskons dagliga högläsning har gett dem ett stort ordförråd och en känsla för skriftspråkets egenart. Andra barn som kommer till skolan är otrygga, oroliga, okoncentrerade, högljudda eller alltför tillbakadragna och rädda. Deras ordförråd är torftigt, och föreställningarna om läsning och skrift är mycket diffusa. De känner bara igen några enstaka bokstäver; ingen har läst godnattsagor för dem hemma; dagstidningar, tidskrifter och böcker är en sällsynthet i deras tillvaro; de har inga vuxna förebilder som visar värdet och glädjen av att läsa.

Läraren står nu inför den mycket vanskliga uppgiften att ge alla barn det stöd och den stimulans som de behöver inför mötet med skriftspråkets krav.

Det är många lärares erfarenhet att det numera finns ganska många nybörjare som behöver en mycket långsam och försiktig färd in i skrift-

språket, och att de läromedel som används ofta är för svåra, går fram i för snabb takt eller är alltför osystematiska. Att gå försiktigt fram innebär dock inte att barnen skall förhindras att så tidigt som möjligt få uppleva läsningens mening och glädje utifrån den blygsamma färdighetsnivå som de uppnått.

Barnen som kommer till skolan är inte bara 20–25 enskilda individer, var och en med sin egenart och sina speciella förutsättningar. Det är också en grupp som i samverkan och i socialt samspel skall förstå sin värld; det är fråga om en meningsskapande gemenskap där alla kan ge sitt bidrag.

Läraren står inför den svåra avvägningen mellan att avpassa undervisningen till varje enskilt barn och att ta tillvara den kollektiva kraft som finns samlad i en grupp ivriga nybörjare. Den andra svåra avvägningen som läraren ställs inför gäller läsandets lust, glädje och mening å ena sidan och läsandets tekniska avkodning å den andra sidan. Vi skall komma tillbaka till dessa avvägningar. Men först bör vi se närmare på vad som egentligen gör att en del barn har så svårt att bli goda läsare.

För en del barn går läsinlärningen lätt

För många barn blir den första läsinlärningen i skolan en ganska lätt uppgift. De kan redan många bokstäver och är mycket nära att förstå hur man kan läsa ut ord från en grupp bokstäver. Och har man väl fattat hur det alfabetiska systemet fungerar, så har man faktiskt en mycket effektiv metod som gör att man kan gå vidare på egen hand. Barn som har nått så långt i sin läsutveckling går omkring och läser på allt som kommer i deras väg – skyltar, järnluckor i gatan, varunamn, rubriker i tidningar, etiketter, anvisningar etc. Hela tiden får de övning och stärker därmed sin färdighet och känner glädjen över att vara på väg att bemästra något som de inte kunde tidigare. Denna känsla av att kunna är en mäktig källa till tillfredsställelse och sporrar till fortsatt övning. Observera att ordens innebörder inte nödvändigtvis måste vara viktiga för barnen i detta skede. Så tex är tillverkaren av gatans järnluckor inte en central fråga i barnens liv. Däremot är det lustfyllt i sig att få pröva sin förmåga och kunna läsa ut namnet på tillverkaren, tex TIERP. En sådan självinstruktion kan för många barn få större omfattning än den tid man ägnar åt läsning i skolan.

För dessa lyckligt lottade barn spelar nog undervisningsformen i skolan inte så stor roll. De lär sig i stor utsträckning på egen hand läsandets teknik och uppnår snart säkerhet och flyt vilken metodik läraren än använder. Det som är särdeles viktigt för dessa barn är emellertid att de redan från början får erfara läsandets lust och glädje, att skriften i omgivningen får liv och blir till tal, att läsandet ger nyckeln till en värld av fantasi, spänning, kunskap, äventyr och glädje. Här är lärarens ansvar stort när det gäller att grundlägga ett bestående intresse för läsning.

Några barn har stora svårigheter att lära sig läsa

Uppläggningen av den första läsundervisningen blir, som vi redan framhållit, helt avgörande för en del barn. De har stora hinder att övervinna innan de förstår hur talade ord kan delas upp i små bitar, konsonantljud och vokalljud, och hur dessa bitar (fonem) kan avbildas med bokstäver och hur sekvenser av tecken från vänster till höger kan bilda ord som ger mening och innehåll. Här gäller det att gå varligt fram med en läsundervisning som är genomtänkt, systematisk och avpassad till varje barns nivå och utvecklingstakt, en läsundervisning som bygger på vetenskaplig grund.

Som vi redan nämnt har forskningen om läsprocessen varit mycket livaktig under det senaste årtiondet, och vi vet nu mycket om vad som sker och varför det kan gå snett. Det som vi bara intuitivt anade för tio år sedan har nu fått en rad vetenskapliga bekräftelser. Nu är det tex helt klart att barn som inte kommit tillrätta med den alfabetiska koden och identifierar ord långsamt och med stor osäkerhet får stora svårigheter att förstå texter. God ordidentifiering är således en förutsättning för god läsförståelse. Medvetenhet om talade ords ljudmässiga uppbyggnad är i sin tur en förutsättning för god ordavläsning.

Tal och skrift är olika

Vad är det då som gör läsinlärningen så svår för en del barn? Människor lär sig tala tidigt utan planmässig undervisning. Så länge man får vistas bland andra människor finns det ingenting som kan stoppa talspråksutvecklingen (bortsett från dövhet eller svåra hjärnskador). Att lära sig tala är således lika naturligt som att lära sig gå. Det är inte alls lika självklart och naturligt att lära sig läsa och skriva. Idén att med grafiska symboler fånga in det undflyende talet, fästa språket på papper och kunna bevara det till eftervärlden har inte funnits mer än några tusen år. Och det är först i vår tid och i vår del av världen som de flesta vuxna genom skolundervisning blivit läskunniga. Fortfarande finns det nästan en miljard analfabeter i världen, av vilka många dagligen och stundligen exponeras för skrift i omgivningen utan att de lär sig läsa.

Vår alfabetiska skrift är kopplad till eller kan sägas vara en kod eller snarare ett chiffer för det talade språket. Denna kod är sådan att de flesta människor måste få vägledning om hur det hela fungerar. Vi skall nu se efter hur den koden är beskaffad. Bokstäverna på papperet ligger ordnade i prydligt grupperade rader med varje bokstav klart åtskild från andra bokstäver. Orden skiljs åt med tydliga mellanrum. När man talar blir det helt annorlunda. Man stöter inte ut ett ljud i taget, utan talet flyter fram i en melodisk ström där de enskilda ljuden glider i varandra, påverkar varandra och till och med försvinner i varandra. ”Lundberg” låter mer som ”Lumbär”, ”naturligtvis” kan bli ”natutvis” eller rentav ”nas”. Ofta finns ingen liten paus som markerar ordmellanrum eller ny

mening. Denna flyktiga men ändå meningsbärande ljudström har man fångat in i skriften, fryst i tiden och lagt fast i väl avgränsade enheter. Varje ords uppbyggnad är tydligt och detaljerat markerad med en sekvens av åtskilda bokstavstecken.

När en talare sänder ut språkljud i luften med sitt talorgan handlar det om att man format ”gester” med munnen och tungan. Flera delar av talorganet är i gång mer eller mindre samtidigt. På så sätt kommer flera segment (fonem) ut samtidigt när man talar. När man tex säger ordet ”bok” så har man redan rundat läpparna till vokalljudet [o] innan eller samtidigt som man formar [b]-ljudet. Dessutom har [k]-ljudet kommit i gång långt innan man är färdig med [o]-ljudet. På detta sätt kommer alla tre byggstenarna i ordet ut i luften nästan parallellt. Detta kallas samartikulation. Man skulle kunna säga att talaren spelar upp en polyfon orkester där fler melodier är i gång samtidigt.

Varför skall det vara så här krångligt? En stor fördel är att man på detta sätt kan få upp en hög talhastighet, vilket kan vara bra när man skall hänga med i snabba skeenden i omvärlden. Man kan tala fullt begripligt med en talhastighet på 10–20 fonem per sekund, vilket inte skulle vara möjligt om man frambringade ett ljud i taget, ungefär som om man trädde upp pärlor på ett snöre.

Att ”knäcka” den alfabetiska koden

De flesta västerlänningar som besöker storstäder i Japan eller Kina lär sig inte hur skrivsystemen fungerar genom att bara gå omkring och se på skyltar och anvisningar. För små barn finns det inte heller något naturligt och enkelt sätt att förstå vårt skrivsystem. Det räcker alltså inte med att bara se andra läsa eller att vistas i en miljö där bokstäver är rikligt förekommande. Alfabetet är ju en helt godtycklig mänsklig konstruktion. Att våra bokstäver råkar se ut som de gör är ingen tvingande naturnödvändighet utan bara en konvention, en överenskommelse i vår kultur. I andra kulturer kan det se helt annorlunda ut.

En nybörjare har ingen spontan grund för att förstå att ordet ”bok” innehåller tre olika segment. Som vi redan påpekat hör barnet en ljudmässig helhet. När ordet yttras tänker barnet direkt på ordets innebörd. Man kan inte utan vidare lyssna sig till ordets uppbyggnad. Samartikulationen gör att segmenten inte går att skilja från varandra. Det hjälper inte ens att säga ”buh ooo kuh”. Det blir något helt annat och låter inte som ”bok”.

För att kunna läsa räcker det således inte med att bara kunna bokstäverna. Att snabbt uttala bokstavsnamnen ger inga ord – det går inte ens med bokstavsljuden. Skriftspråkets kod kräver en djupare insikt av barnet. Det är avkodningen av de skrivna orden som är den stora utmaningen för nybörjaren. ”Vad står det här?” frågar barnet.

Barnet måste förstå att talade ord kan delas upp i mindre segment eller fonem. Att nå fram till de abstrakta, otillgängliga och svårfångade fonemen i ett ord är således inte en fråga om att bara lyssna – man måste bli medveten om ordens uppbyggnad. En massiv forskning har under de senaste årtiondena demonstrerat att medvetenhet om ords uppbyggnad är en avgörande förutsättning för framgång i läs- och skrivinlärningen.

Av någon anledning, som vi ännu inte helt förstår, tycks en del barn ha särskilt stora svårigheter att nå fram till denna språkliga insikt. Och utan denna insikt går det inte så bra att lära sig läsa. Ibland blockeras barnen från att bli medvetna om ords uppbyggnad av den enkla anledningen att deras inre föreställningar om hur orden låter saknar detaljskärpa. Det hörs på deras diffusa uttal av många ord (”jogöbbe” i stället för jordgubbe, ”källan” i ställer för källaren, ”hårferschörska” i stället för hårfrisörska, ”pogram” i stället för program). De har heller inte lätt att skifta uppmärksamheten från vad ord betyder till hur de låter. Dessa barn har ett bristfälligt ”ordsinne” vilket inte behöver vara en fråga om dåligt förstånd eller bristfällig stimulans i hemmen. Det finns faktiskt högt begåvade och kreativa människor med denna förargliga brist på ordsinne.

Barn som får stora svårigheter med att lära sig läsa har alltså ofta en försenad och bristfällig utveckling av sitt sinne för språkljuden (fonologisk utveckling). Man talar här gärna om dyslexi, vilket alltså är fråga om en viss läggning, ofta medfödd, som gör att det är svårt att bli vän med de skrivna orden. I nästan varje nybörjargrupp brukar det finnas några barn med en sådan läggning.

Om inte problemen är alltför stora kan en genomtänkt undervisning bana väg för dessa barn så att de förstår hur den alfabetiska koden är beskaffad så att de kan gå vidare i sin läsutveckling. Utan en sådan undervisning är det en stor risk att barnen tidigt drivs in i onda cirklar, där nederlag föder nya nederlag. Skriften blir hotfull, något som man helst skall försöka undvika. Men ju sämre talang man har för något desto mer måste man öva för att uppnå god färdighet.

När man inte förstår att talade ord kan delas upp i fonem och att dessa fonem är avbildade med bokstäver så kan man inte heller gå vidare på egen hand och öva upp sin färdighet. Man sitter låst i sina ordbilder och kan inte gå vidare, eftersom minnet i längden inte räcker till för att komma ihåg alla ordbilder. Barnen behöver nu en noggrann och systematisk vägledning för att förstå hur skriftspråket egentligen fungerar. De behöver förstå hur talade ord kan delas upp i fonem.

Genom kontinuerliga och väl strukturerade språklekar i förskolan kan barnen på ett lustfyllt sätt börja reflektera över språkets form och uppbyggnad. En del ord rimmar, vissa ord är korta även om de symboliserar något långt i verkligheten, man kan dela upp ord i stavelser och till och med i ljud. *National reading panel* gick igenom hundratals undersökningar och kom fram till att det vetenskapliga stödet för sådan träning var entydigt och massivt. Studier från Tyskland (Schneider) från

Danmark (Elbro), Norge (Lie), Holland, Portugal, Israel, USA, Finland etc bekräftar i huvudsak resultaten från den sk Bornholms-undersökningen, dvs att systematiska övningar och lekar med språkets formsida, särskilt fonologin har positiv effekt på den fortsatta läsinlärningen. Dessutom har man visat att den förebyggande effekten när det gäller läs- och skrivsvårigheter är betydande.

Vissa fonem är svårare att komma åt än andra, tex konsonanter som *b, p, d, t, g,* och *k,* vilka alla bildas som snabba, explosiva ljud som nästan är omöjliga att separera från ljud som ligger intill. Vokaler samt konsonanter som man kan dra ut på blir lättare att hantera, tex *r, l, s, m, n, v.* Vidare är ljuden i början av ord lättare att komma åt än ljuden inne i orden. Vi vet också att grupper av konsonanter, tex *kr, bl, sp, mj* eller *str* är svåra att komma tillrätta med. I en systematisk och genomtänkt planerad undervisning börjar man naturligtvis med sådant som man vet är lättare att klara av innan man går vidare till de svårare momenten.

Svenskan har ett jämförelsevis regelbundet skriftspråk. Till skillnad från engelskan är det stor överensstämmelse mellan ljud och bokstäver. Vi har ca 35–40 olika fonem i svenskan. Flertalet av fonemen har bara tilldelats en bokstav (undantag är tex *ng, sj, tj*). När man fattat att talade ord kan delas upp i fonem blir därför nästa steg inte så svårt – att koppla ihop fonem och bokstäver. Då har man förstått hur det egentligen går till när man läser. Men det finns också mer komplicerade regelbundenheter av högre ordning där man måste ta hänsyn till positioner, sekvenser och ordens morfemiska uppbyggnad. I engelska är komplikationerna särdeles många. Att många engelskspråkiga pedagoger frestats att gå förbi problemen och i stället utgå från hela ord och meningar är kanske begripligt men borde inte vara mönsterbildande för svensk läspedagogik.

Läsning är en fråga om både avkodning och förståelse

Att lära sig läsa innebär inte att man först lär sig en bokstav i taget och kommer fram till hur avkodning går till, och sedan så småningom kan få möjlighet att möta sammanhängande och meningsfulla texter. Läsning är en fråga om både avkodning, identifiering av skrivna ord, och förståelse. Och detta gäller redan från början. Det är först när man förstått innebörden av ett ord som man ljudat sig igenom, först när man gjutit liv i ljudföljden som man kan tala om egentlig läsning.

I sällsynta fall kan man träffa på gravt förståndshandikappade barn som kan läsa ut ord snabbt och säkert men som inte har någon aning om innebörden i orden. Skillnaden mellan avkodning och förståelse blir också uppenbar när vi tänker på hur det kan vara någon gång när vi läser högt för barn. Läsandet tycks gå fint; barnen lyssnar ju uppmärksamt. Men vi har ingen aning om vad vi läser eftersom våra tankar glidit iväg till något helt annat. Läsningen har således två sidor, avkodning och förståelse, som hänger tätt samman.

Så småningom och efter många möten med de skrivna orden kan barnen identifiera orden direkt utan mödosam analys. Orden blir, precis som när man lyssnar, genomskinliga; man går direkt till deras innebörd. Man behöver inte anstränga sig för att identifiera de skrivna orden, man kan helt enkelt inte undgå att se vad som står. En sådan automatiserad nivå på läsningen tar tid att uppnå. Den kräver många och fruktbara möten med skrivna ord. Men man kan aldrig gå förbi grundkravet, att vår skrift är alfabetisk, vilket innebär att det talade språket är kodat på ett sätt som man måste förstå om man vill bli en god läsare och skrivare. Under hela skoltiden och livet igenom möter vi nya ord i skrift som vi måste kunna identifiera. Vi måste veta hur ord är uppbyggda för att kunna stava dem när vi skriver. Att behärska den alfabetiska koden är således ett ofrånkomligt krav. Det är vår skyldighet att hjälpa alla barn att klara detta krav.

Genom att många ord återkommer gång på gång i olika kombinationer allt eftersom man går fram tar man viktiga steg mot en automatiserad identifiering av orden. Automatisering av läsningen är inte något som sker med alla ord på en gång när man väl har knäckt koden. Det är något som sker gradvis och först bara gäller de vanligaste orden. Men det är viktigt att processen kommer i gång, att barnet får uppleva att verkligen bemästra något som man inte kunde förut, att få känslan av att det är flyt i det man gör.

Att lära sig saker är inte bara en individuell angelägenhet; det är något man gör tillsammans. Skriftspråkets hemligheter och möjligheter lär man sig förstå genom samtal och undringar i grupp och möten med andras uppfattningar. Bilder att samtala kring bygger upp gemenskap och gemensamma begrepp och föreställningar. Språket får i samtalen om bilderna vingar att överskrida gränserna för här och nu: nya världar av kunskap, fantasi och möjligheter öppnas.

En sådan meningsskapande verksamhet kan komma igång långt innan barnen kan läsa på egen hand.

Vad betyder orden?

Små barn har ett fantastiskt inlärningsprojekt framför sig. När de som vuxna går ut i livet bör de kunna förstå åtminstone 40–50 000 ord (inklusive böjningsformer). Det handlar om närmare 3 000 ord per år i genomsnitt eller nästan 10 nya ord om dagen. Hur är detta möjligt?

När barn kommer till skolan är det lätt att överskatta deras ordförråd, eftersom de flesta barn talar ganska rent och kan föra ett vettigt samtal i naturliga situationer. Men många samtal bärs upp av tonfall, blickar, ansiktsuttryck, pekningar och gester. Den yttre situationen, den icke-språkliga ramen förtydligar och snävar in tolkningen och kräver inte så många olika och specifika ord. Man behöver alltså inte vara så tydlig rent språkligt. Ofta räcker det med att säga ord som ”den”, ”där”, ”hit”, ”dit”, ”han”, ”hennes”, ”grej”, ”öh” åtföljda av pekanden och gester.

Situationen tillsammans med gesterna klarar ut vad det är fråga om. Sådana naturliga samtalssituationer där deltagarna är tätt inpå varandra och samtalet kretsar kring det som händer just nu och just här ger ingen riktigt bra grund för utvecklingen av ordförrådet.

TV-program och filmer ger inte heller tillräcklig stimulans för ordförrådets utveckling. Här är också språket ofta situationsbundet och ackompanjeras hela tiden av förklarande bilder.

Den mest verkningsfulla pådrivaren av en god utveckling av ordförrådet är faktiskt skrivna texter. Även i texter och böcker skrivna för barn finner man många ord som inte är så vanliga i språket. Det är ord som barnet inte förstår vid det första mötet; vid andra mötet klarnar kanske innebörden något; vid det tredje mötet börjar man ana innebörden etc, tills man har en ganska klar föreställning om vad ordet har för betydelsemöjligheter i olika sammanhang.

För att man skall kunna förstå en text får inte alltför många ord vara okända. Då snubblar man för ofta och riskerar att förlora sammanhanget. Och när man inte begriper och inte får ut någonting av läsningen är det lätt att ge upp. Nu riskerar man att gå in i en riktigt ond cirkel. Mitt ordförråd räcker inte för att förstå texten. Men ordförrådet utvecklas genom textläsning. Om man undviker läsning får man alltså problem med att utveckla ordförrådet. Och då kan man ju inte heller förstå texter. Genom läsning vidgar man sin värld och förstår tillvaron bättre. Den som inte läser kan inte på något enkelt sätt kompensera detta genom att titta på TV. Här presenteras omvärlden oftast på ett alltför färdigserverat och ofta uppstyckat och osammanhängande sätt. Den som inte läser får således både ett sämre ordförråd och en sämre kunskap om världen. Därmed riskerar man att efterhand framstå som mindre vaken och begåvad.

Mot den här bakgrunden framstår det som alldeles nödvändigt att hjälpa alla barn att både bli goda läsare och läsare som tycker om att läsa. Betydelsen av de första mötena med egna böcker kan inte överskattas. Det är också viktigt att barnen får en balanserad färd på de två spåren mot läsning, och att stödet i denna färd ges av kompetenta vägledare som har sin kompetens väl förankrad i den fond av vetande som byggts upp i den internationella forskningen.

Barns möte med faktatexter

Barnens tidiga läsning brukar ofta förknippas med sagor, berättelser eller rent av pratbubblor i serier. De första läseböckerna i skolan brukar också huvudsakligen inrymma berättande framställningar med en eller flera huvudpersoner som är med om spännande eller på annat sätt intresseväckande händelser. Läsarna kan identifiera sig med aktörerna och leva sig in i händelseförloppen, gå in i och bli en del av textvärlden.

Faktatexter möter barnen inte lika tidigt. Att läsa för att få kunskap, för att få veta något om världen, ställer delvis andra krav på läsaren än de typiska berättande framställningarna. I historien skall de förstå något av den viktigaste bakgrunden till att världen i dag ser ut som den gör, de skall förstå hur krig, folkförflyttningar och levnadsvillkor skapat vår värld, de skall möta viktiga gestalter på den historiska scenen. I geografitexter skall de lära sig förstå grundläggande begrepp om klimat, hav, jord och livsvillkor för människor på vår planet, de skall få verktyg för sin orientering i världen. I matematikens texter är det fråga om problemsituationer, kvantitativa begrepp, procedurer, anvisningar, speciella konventioner och termer. Men det är inte bara fråga om kunskaper, det gäller också attityder och känslor till faktatexternas innehåll.

Under årskurs 3 och framåt blir faktaläsandet alltmer omfattande och betydelsefullt i skolan. Ofta har lärare tagit för givet att barn som fått flyt och säkerhet i sin läsning mer eller mindre automatiskt kan ta till sig innehållet i faktatexter. Någon särskild undervisning om sådan läsning förefaller inte behövas.

Men detta stämmer inte. Nästan alla barn behöver fortsatt undervisning i läsning av sak- eller faktatexter.

Före läsningen

De behöver systematisk övning i att ta sig an en text. Man behöver före läsningen samtala om det kommande textinnehållet och få övning i att tänka efter vilka förkunskaper eller erfarenheter man har. Man behöver gå igenom nya ord och begrepp. Förberedelserna gäller redan när man får den nya boken i sin hand. Då kan vi gemensamt bläddra i boken, se på alla vackra, intressanta och spännande bilder och få en aning om vad boken tar upp. Vi ser tillsammans på innehållsförteckningen. Och längst bak finns ett register i alfabetisk ordning. Redan här kan vi se att några elever redan känner till en del registerord, medan andra ord är helt okända för alla. Det gemensamma bläddrandet kan skapa aptit inför det forsatta arbetet med boken.

Det är den *bakgrundskunskap* som en läsare har med sig när hon/han möter en text som gör det möjligt att uppfatta ordens innebörd och textens mening. Innan man kan läsa av en text, måste man alltså ha ”läst av världen”.

Som lärare känner man sig ofta pressad av tidsbrist. Man vill hinna med så mycket som möjligt. Man upplever krav från kolleger, föräldrar, skolledning och framför allt från sig själv att barnen skall bli duktiga och säkra på kortast möjliga tid. Att förbereda läsestycken med långa samtal, där man knyter an till barnens erfarenheter, kan därför kännas som slöseri med tid och som ineffektiv undervisning. Men det är verkligen ingen tidsspillan att tillsammans utveckla och aktualisera föreställningar och begrepp som hjälper barnen att tolka texten. Det är i stället som att ge barnen en vägkarta.

Barn ser inte alltid att det finns ett samband mellan vad de läser och vad de redan vet. Men om de får bakgrundsinformation om de viktigaste tankarna i en text, *innan* de börjar läsa, minskar risken att de kommer på fel spår och blir förvirrade i sin läsning. I stället ökar chansen att de skall förstå framställningen helt och hållet. När de får delta i tankeväckande diskussioner inför ett avsnitt, förstår de också bättre att syftet med läsning är att få veta något, att få upplevelser och insikt, alltså inte bara att läsa av orden på sidan.

Det krävs ibland många förberedelser innan barnen på egen hand är beredda att läsa ett textavsnitt. Att läsa om biologi utan att ha gjort egna direkta erfarenheter kan bli helt abstrakt och ofruktbart. Ett textavsnitt kan sällan stå på egna ben. Fåglarnas liv bör man helst följa direkt. Man kan samla grodägg och se hur de utvecklas. Man kan odla, experimentera, känna efter, undersöka, utforska, gå på studiebesök, gå på museer – med alla sina sinnen åskådligt erfara de fenomen som skall förstås och de sammanhang som skall redas ut. Barnens erfarenheter kan sedan sammanställas i samtal, teckningar, skriftliga arbeten etc. Läsningen av lärobokstexten blir en god upptakt till aktiviteterna och en utmärkt sammanfattning av de insikter som vunnits genom egna och andras direkta iakttagelser av fenomenen.

Under läsningen

Under den gemensamma läsningen kan man behöva stanna upp för att fundera över innehållet, för att tänka ut vad som också står mellan raderna och för att tänka framåt. Man behöver undersöka hur text och bilder samspelar, och man kan för sin inre syn försöka föreställa sig vad texten försöker säga. Man kan markera nyckelord eller viktiga fraser.

Det finns en del forskning som visat att när en faktatext får en personlig röst blir elevernas behållning av läsningen mycket större. Man får dock se upp med att sådana inslag inte leder till att eleverna hänger upp sig alltför mycket på livfulla men mindre viktiga detaljer så att sammanhangen går förlorade.

Läsning av faktatexter är en *aktiv process*. Läsaren är *medskapare* och konstruerar innebörder från texten utifrån sina tidigare erfarenheter och sina förväntningar. En förutsättning för denna skapande verksamhet är emellertid att läsaren kan genomföra ordavkodningen utan ansträngning och tillräckligt snabbt, att hon/han kan uppfatta och utnyttja meningsbyggnaden i textens språk och att hon/han känner ordens betydelser. I årskurs 2 har de flesta barn kommit ett gott stycke på väg i denna utveckling. Men än är det lång väg att gå innan de uppnått den mogna läsarens säkerhet, flexibilitet och *strategiska hållning* till olika lässituationer.

Med rätta har man kritiserat läromedel för att språket är alldeles för komprimerat, alltför många nya termer packas in på ett mycket begränsat utrymme etc. Men den kritiken blir endast giltig om man tänker sig att eleverna får läsa på egen hand utan den planmässiga vägledning som en god undervisning i läsförståelse kan innebära. Ett läromedel kan alltså inte stå på egna ben. Det måste vara integrerat i en undervisningsprocess och utgöra en del i samspelet mellan lärare, elever och ämnesinnehållet.

Bakgrundskunskapen gör det också möjligt att göra *inferenser,* dvs att läsa mellan raderna, att gå bortom den direkt givna informationen. I historieboken om forntiden kan man tex läsa att hövdingarna under järnåldern fick särskilt högtidliga begravningar. "Tillsamman med hövdingen brändes hans hund och hans häst". Man kan fråga sig varför. Det finns ingen direkt förklaring i texten, utan man måste anta att man trodde att hövdingen behövde sin häst och sin hund i ett liv efter döden. Barnet som läser stycket måste hänga med på den inferensen om inte poängen med framställningen skall förloras. Bakgrundskunskapen ger den nödvändiga tolkningsramen för detta.

Efter läsningen: Samtal och frågor

Efter läsningen av ett avsnitt kan man försöka minnas vad som stod, tänka efter på vilket sätt man har fått saker förklarade som man inte visste förut, svara på frågor som ställer krav på att se samband mellan olika delar av texten, hur man kan använda kunskapen i livet utanför skolan etc.

Samtalet är av avgörande betydelse i läsundervisningen även efter läsningen av ett avsnitt. I samtalen skall förbindelse skapas mellan texten och barnets eget liv. Ofta ställer vi alldeles för svåra frågor på texter. I stället för att ge eleverna det rätta svaret på en fråga som de inte omedelbart klarar, bör vi försöka få dem att själva resonera sig fram till ett svar. Vi kan också formulera om frågan med enklare ord. Om det inte fungerar får man kanske gå tillbaka till texten och direkt se vad som står.

De frågor vi ställer till barnen styr i hög grad deras fortsatta läsning och deras behållning av det lästa. Om vi huvudsakligen frågar på det som klart står uttryckt i texten har barnen en tendens att försöka komma ihåg textens ordalydelse. Om vi i stället frågar på sådant som *inte* direkt står i texten utan på sådant som kräver slutledning, inferens, blir barnen i

längden bättre på att dra inferenser och läsa texten på ett mer aktivt och medskapande sätt. Exempel: I biologiboken står det: ”När det blev ont om växter dog de växtätande dinosaurierna av svält. Och sedan kunde inte heller köttätarna överleva”. En naturlig inferensfråga är här ”Varför dog även köttätarna ut? Vilka var köttätare? Den sista frågan kräver att man kopplar tillbaka till tidigare avsnitt.

Många undersökningar visar att barn som får frågor som kräver eftertanke och problemlösning uppvisar bättre läsutveckling än barn som mest får frågor om detaljer som direkt står i texten.

Men det är inte alltid olämpligt att fråga på detaljer. Om vi vill att eleverna skall uppmärksamma ordalydelsen mer exakt, som t ex när man skall följa en instruktion eller ett recept eller förklara en viktig term, bör vi naturligtvis fråga på ett sätt som uppmuntrar sådan läsning. Ibland kan detaljer vara betydelsefulla på ett annat sätt; de för handlingen framåt.

Den allmänna regeln är att frågorna skall stimulera eleverna att tänka. Ibland kan också en detaljfråga ha den funktionen.

Om vi vill att eleverna skall integrera idéer och tankar i en text, bör frågorna vi ställer uppmuntra dem att föra samman tankar som kan finnas utspridda på flera ställen. T ex: I ett avsnitt om månen står det att spåren efter den första astronauten fortfarande finns kvar. Hur kan detta komma sig? Svaret kräver att man också vet att det inte kan blåsa på månen, att det inte regnar och att ingen annan har gått och suddat ut spåren. När vi läser om forntiden kan vi ställa frågan om hur olika skriftsystem sett ut genom tiderna. Vill man att eleverna skall tolka texten i ljuset av sina egna erfarenheter, bör frågorna ha en sådan inriktning. T ex: Har du blivit bränd av en brännässla eller en manet? Vad var det som hände egentligen? Varför?

Förklara för eleverna att det finns olika slags frågor, som man kan ställa på en text:

1. *Det står där*-frågor, där svaret kan pekas ut direkt på ett ställe i texten.
2. *Tänk efter och leta*-frågor, som kräver inferens eller sökning på flera ställen.
3. *Svaret finns bara hos mig*-frågor, där frågan kan besvaras utan hjälp av texten.

Lär eleverna att själva ställa frågor till texten. Den viktigaste är: Vad skulle du vilja ha reda på genom att läsa den här texten? Andra standardfrågor som eleverna bör öva sig i att ställa är: Varför är det på det här sättet? Hur fungerar det egentligen? Hur kan man veta detta? Varför krigade man?

Att lära sig nya ord

För att förstå vad man läser måste man ha ett gott ordförråd. Många undersökningar har påvisat ett starkt samband mellan ordförråd och läsförståelse. Men ett stort ordförråd utvecklas också under läsning! Faktatexter handlar ju egentligen om att bygga upp ett förråd av nya ord och att få insikt om begrepp och hur de hänger ihop. Många svaga läsare har ett dåligt utvecklat ordförråd, därför att de läser alldeles för litet och saknar bra strategier för att utveckla sitt ordförråd. De är alltså fångade i en ond cirkel som kan vara mycket svår att bryta.

Barn kan lära sig innebörden i många nya ord, om dessa står i ett meningsfullt sammanhang med ett fattbart ämnesinnehåll. De nya orden måste bli barnens egendom genom att de kopplas till barnens egna erfarenheter. Det är därför de förberedande samtalen och aktiviteterna är så viktiga.

Man måste också ge barnen en öppen, flexibel och mångdimensionell attityd till språket, så att de blir i stånd att inse att det också kan finnas mindre vanliga betydelser hos ett ord som de redan känner (den vanliga betydelsen hos tex ”tång” kan vara något annat än ett verktyg – något som växer i havet). De måste förstå att ord kan ha mer än en fixerad innebörd, och att mening skapas av sammanhanget.

Undervisningen bör också väcka elevernas lust och glädje inför nya ord, en önskan och en vilja att erövra nya ord. I en undersökning kom man fram till att barn under den första skoltiden fram till mellanstadiet lär sig att inferera, sluta sig till, innebörden av ca 3 000 nya ord per år. Alla dessa ord hinner man naturligtvis inte ta upp i undervisningen. Det mesta måste barnen faktiskt klara på egen hand. *Vad vi kan göra i undervisningen är att lära barnen lämpliga strategier för att utöka sitt ordförråd.*

Man måste vara försiktig när man tar upp nya ord före läsningen av ett stycke. Särskilt om man lyfter ut orden ur sitt sammanhang och söker förklara dem är det tveksamt om utbytet blir så stort. Det finns också ett annat mycket gott skäl till att inte ta upp alla nya och svåra ord i ett avsnitt: Om man försöker förklara alla ord, får barnen ingen övning i att på egen hand komma fram till innebörden genom att utnyttja sammanhanget och sin allmänna kunskap om ords byggnad.

Ändå kan man ibland inför ett nytt läsestycke helt fokusera samtalen på ord. Här är ett exempel på hur man kan gå till väga:

1. Markera vilka ord i stycket som är viktiga och som kan tänkas vara svåra för eleverna.
2. Skriv upp de valda orden på tavlan.
3. Utforska orden tillsammans, tex ämnesord som produkt, faktor, nämnare, hypotenusa.
4. Med utgångspunkt i de ord som tagits upp – försök besvara tex följande frågor: På vilket sätt hänger orden produkt, faktor och multiplikation ihop?

Vad innebär det att vara en konstruktiv, aktiv och strategisk läsare?

Goda läsare är strategiska, dvs de kan välja lämpligt lässätt. De gör klart för sig *varför* och *hur* de vill läsa en text och, när de läst texten och inte förstått den, går de tillbaka, läser om, tar reda på mer osv. En sådan flexibel, målstyrd läsning brukar inte barn klara.

Vi tror dock att man i undervisningen kan hjälpa eleverna att läsa mer aktivt och att förstå, när de inte förstår! Vi kan också hjälpa eleverna att tänka aktivt medan de läser, att tänka framåt och fundera på vad som skall hända härnäst. Stanna upp vid lämpliga punkter i en framställning och formulera hypoteser om vad som skall inträffa härnäst.

Man kan genom att fungera som modell och tänka högt visa för eleverna exakt hur man tänker och gör sina inferenser.

Under de första skolåren har barn i allmänhet inte hunnit utvecklas till konstruktiva, aktiva och strategiska läsare. Ett viktigt mål för skolan är emellertid att hjälpa alla barn att bli konstruktiva läsare. Endast då kan de bearbeta texter med insikt, förståelse och omdöme. Vad innebär det då att vara en konstruktiv läsare?

En konstruktiv läsare

- överblickar texten före läsningen, bedömer vad som finns i texten och vad som är värt att titta närmare på. Man ställer alltså upp ett mål för läsningen och planerar för hur målet skall uppnås.
- ser efter vad som förefaller vara viktig information i texten och läser detta mer uppmärksamt och noggrant än andra delar av texten, anpassar läshastighet och koncentration utifrån en bedömning av vad som är viktigt.
- försöker koppla olika delar av en text till varandra för att försöka förstå texten i sin helhet, försöker också aktivt utnyttja bilderna i texten för att klara upp sådant som förefaller dunkelt.
- aktiverar och använder sitt förhandsvetande för att tolka texten, för att ställa upp hypoteser om textinnehållet och för att förutsäga vad som skall komma upp i fortsättningen. En konstruktiv läsare förstår värdet av förhandsvetande och försöker hela tiden se hur det kan användas.
- är hela tiden beredd att ändra hypoteser om innehållet i ljuset av den nya information som texten uppenbarar.
- kan revidera förhandsvetandet i ljuset av textinnehållet.
- försöker göra inferenser (läsa mellan raderna) för att komma åt information som inte direkt står i texten men som är nödvändig för att huvudinnehållet skall förstås.

– försöker resonera sig fram till innebörder av okända ord eller slår upp ordet i registret eller går till en ordbok.
– använder strategier för att komma ihåg innehållet, tex genom att stryka under eller markera kritiska ord eller fraser, repetera för sig själv sådana ord och fraser, göra anteckningar, försöka visualisera (se för sin inre syn), sammanfatta, uttrycka med egna ord, ställa frågor etc.
– övervakar sin läsning och upptäcker när man inte förstår.
– ändrar strategier när man upptäcker att förståelsen inte blir som man hade hoppats.
– bedömer kvaliteter i text, bedömningar som kan påverka om texten kommer att betyda något för läsarens kunskap, attityder och beteende. Det kan gälla att avgöra om texten är korrekt, om den verkligen är sann, om den är viktig i relation till de mål man har med läsningen.
– reflekterar över texten och går vidare i texten eller går till andra källor om man känner att man behöver förtydliganden eller fördjupad kunskap.
– kan föra en tänkt dialog med författaren. En konstruktiv läsare vet att någon har skrivit texten och man kan ibland undra över vad författaren egentligen avsett och varför han/hon uttryckt sig på ett visst sätt.
– planerar hur kunskapen från textläsningen skall användas i framtida situationer, tex i en diskussion, en lektion, en arbetsuppgift eller en examination.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att konstruktiv läsning är strategisk, aktiv, kunskapsladdad, motiverad och reflekterande. En konstruktiv läsare har kontroll över sin läsning, är medveten om den nytta och glädje man kan ha av läsningen, är flexibel och strategisk i sättet att läsa och förstå och upplever att läsandet ger insikt och grepp om världen på ett sätt som stärker läsarens självkänsla.

En nödvändig men inte tillräcklig förutsättning för denna avancerade läsning är att man snabbt, säkert och automatiskt kan identifiera de skrivna orden, att läsandet sker flytande och korrekt. Den avancerade, strategiska och konstruktiva läsningen kommer inte av sig själv på denna grund. Det behövs också planmässig och målmedveten undervisning. I detta avsnitt har vi pekat på några vägar man kan ta för att hjälpa eleverna att bli konstruktiva läsare, läsare som läser inte bara med list utan också med lust.

Eftersom huvudinriktningen på kunskapsöversikten har att göra med matematik är det viktigt att närmare granska vilka slags matematiska

texter eleverna kan möta och vilka problem som kan uppstå i dessa möten.

Att läsa matematik

Matematiskt tänkande uttrycks i meningar, ord och symboler där språket ofta är precist och där alla småord måste uppfattas och tolkas korrekt för att innehållet inte ska bli förvanskat (El-Naggar, 1996). Elever som kastar om ord i meningar, "tappar" småord eller har en alltför knagglig avkodning finner det svårt att hitta reson och mening i texten. Lärare kan hjälpa sina elever att utveckla läsförståelse i samband med matematik genom att:

- Tala matematik och använda korrekt terminologi i samband med problemlösning.
- Skapa en attityd hos eleverna av att "läsa för att förstå" dvs uppmuntra och stärka elevernas förväntan att texter ska ge sammanhang och mening.
- Uppmuntra eleverna att använda grafiska uttryckformer som t ex bilder och diagram och diskutera innehållet.
- Göra ordlistor över viktiga ord och hjälpa eleverna utveckla sin läsning.
- Uppmuntra eleverna att förklara viktiga delar i skriftliga frågor.

(El-Naggar, 1996, s 27, vår övers)

Texters kännemärken och funktioner

Läromedelsförfattare i matematik använder olika typer av texter för att förmedla ett innehåll som de avser att eleven ska lära sig. Varje texttyp har sina egna kännemärken och funktioner och kan, enligt Shuard & Rothery (1988), tex klassificeras som:

Förklaringar av begrepp och metoder som även innefattar förklaringar av ord och matematiska regler. Sammanfattningar ingår i den här kategorin.

Instruktioner till läsaren att skriva, rita, lösa en uppgift – att göra något.

Exempel och övningar som läsaren skall arbeta med. Dessa innehåller tex rutinuppgifter som innefattar symboler, textuppgifter och undersökningar.

O*mskrivningar* innefattar förklaringar om texten och kan ge ledtrådar som ska hjälpa läsaren att tolka och förstå innehållet.

Varje kategori av text kräver en viss typ av aktivitet hos läsaren. *Förklaringar* behöver tex ofta läsas ingående och sammanfattas. *Instruktioner* kräver ibland att läsaren går utanför själva texten för att förstå uppgiften som skall utföras eller lösas. *Exempel* och *övningar* innebär ofta att eleven ska lösa olika typer av problem. Läsaren måste tänka ut vad hon/han ska göra, hur det ska göras, bestämma en strategi eller en plan och komma fram till en lösning. O*mskrivningar* är text som handlar om texten och om uppgifter och övningar. Det kan t ex vara korta introduktioner eller inledningar där man får veta något om textens uppläggning och innehåll. Omskrivningar innehåller inte avgörande information och läsaren behöver sällan hålla den i minnet.

Förklaringar

Shuard & Rothery (1988) påpekar att eleverna ofta måste argumentera med sig själva i olika steg för att förstå begrepp, regler och formler som förklaras. Då behöver de arbeta med papper och penna i hand för att tex göra noteringar. Det kräver aktiv läsning på ett annat sätt än om eleven läser en berättelse eller annan skönlitterär text. Att läsa aktivt och lära sig hur man kan bearbeta texter i olika steg för att förstå sammanhanget är något som särskilt elever i läs- och skrivsvårigheter behöver explicit undervisning om. I läromedelstexter i matematik är det dessutom vanligt att författaren inte skiljer mellan förklaringen och själva uppgiften eller övningen som eleven skall genomföra, vilket kan vara förvirrande för läsaren. Vi ger ett exempel:

1. TALMÖNSTER



Dessa två mönster av prickar representerar rektangeltalet 8.
De kan tolkas så att

$4 \times 2 = 2 \times 4$

Är följande korrekt?

$9 \times 17 = 17 \times 9$

$5 \times 8 = 8 \times 5$

$3 \times 405 = 405 \times 3$

Låt a och b stå för vilka två tal som helst. Är det alltid sant att

$a \times b = b \times a$?

(Shuard & Rothery, s 11, vår övers)

Många elever i lässvårigheter behöver med lärarens och kamraters hjälp öva sig i att tolka och förstå den här typen av text (Chinn & Ashcroft, 1998). I vårt exempel förutsätts att begreppet rektangel är känt. Man kan också notera att exemplet är långt och att en del elever i lässvårigheter riskerar att snubbla på ordet vid avkodningen. Många elever behöver dessutom ingående undersöka och arbeta med exemplen för att förstå de matematiska begrepp, relationer och lagar som används. Det kan tex vara nödvändigt att pröva om påståendet ($a \times b = b \times a$) kan vara sant genom att sätta in olika tal i ekvationen. Även om syftet med exemplen på de fyra likheterna som ges i texten är att de ska tjäna som ledtrådar till läsaren för hur man kan arbeta med det matematiska innehållet får man dock ingen tydlig eller uttalad instruktion om att det kan vara ett sätt att bearbeta uppgiften.

Förklaringar används också för att introducera ny terminologi. Matematiska ord och termer kan vävas in i en mening i förhoppning om att själva sammanhanget i texten samt läsarens bakgrundskunskap ska klargöra ordens innebörd. I exemplet nedan introducerar författaren den matematiska idén och den terminologi som hör ihop med begreppet *minsta gemensamma nämnare* genom att ge ett exempel (Shuard & Rothery, 1988, s 13, vår övers):

> För att jämföra två bråktal tex $\frac{5}{12}$ och $\frac{7}{18}$
>
> måste vi ändra dem så att båda har en gemensam nämnare. Denna nämnare som är gemensam för 12 och 18 ska vara så liten som möjligt för att spara arbete. Vi kallar den *minsta gemensamma nämnare* som förkortas MGN.

Metoden bygger på en förhoppning om att elever ska generalisera idén ur ett enstaka exempel så att de kan överföra den på andra exempel. En förutsättning är förstås att eleverna förstår textens innebörd. I det nämnda exemplet finns flera ord och uttryck som inte tillhör elevernas vardagsspråk som *bråk* eller *nämnare, minsta gemensamma nämnare*. I exemplet ovan är detta alltså 36 vilket förutsätts att eleverna förstår. Även om sådana ord och begrepp tidigare tagits upp i undervisningen så finns det ingen garanti för att alla elever omfattar detta kunnande. Läraren behöver då ta upp och eventuellt reda ut begreppet igen. En läromedels-

text står inte på egna ben. Man kan inte förutsätta att eleverna på egen hand genom självständig läsning av läromedelstexter erövrar nya insikter och begrepp i matematiken. Särskilt elever i lässvårigheter behöver lärarens aktiva klargöranden, åskådliggöranden och tillrättalägganden.

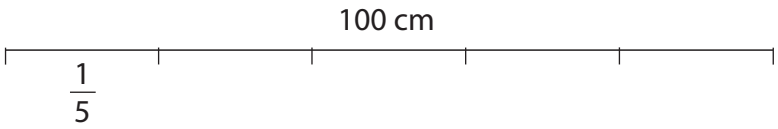
Otterburn &Nicholson (1976) undersökte elevers förståelse av matematikord som var vanligt förekommande i elevernas böcker. Hundra procent av eleverna (300 elever) förstod tex innebörden i *multiply* medan endast 21 % förstod *product* och 15 % *whole number.* Shuard & Rothery (1988) menar att detta innebär ett allvarligt problem. Många matematikord som lärare och författare förväntar sig att eleverna ska förstå ingår inte i elevernas ordförråd. De påpekar att det är utomordentligt viktigt att elever möter nya ord och begrepp i många olika situationer. Elever bör få möta övningar där de själva får använda dessa ord i meningsfulla sammanhang både muntligt och skriftligt. Vissa lärare låter eleverna arbeta med att göra personliga ordlistor med förklaringar över matematikord som eleven är på väg att införliva i sitt ordförråd. Detta kan underlätta för många elever att lära sig innebörder i nya matematikord. Ett kännetecken för dyslexi är just svårigheter med nya ord. Dessa elever har ofta brister i det fonologiska arbetsminnet som gör att inlärningen av nya ord blir svår (Høien & Lundberg, 2000).

Instruktioner

Instruktioner att skriva, rita eller utföra en konkret handling är mycket vanliga i elementära lärobokstexter i matematik. Shuard och Rothery (1988) menar att detta inte alls är lika vanligt i instruktioner till äldre elever i grundskolan trots att många av dem behöver arbeta praktiskt och med åskådligt materiel för att tolka texten och förstå det innehåll som exemplen vill förmedla. Ofta ges instruktioner som tankeexperiment tillsammans med en färdigproducerad bild som eleven ska tolka. Många elever behöver arbeta med sin förståelse också genom att de själva får undersöka begrepp och procedurer med hjälp av att rita, konstruera eller utföra någon handling.

Exempel på tal i bråkform:

Tänk dig ett lakritssnöre som är 100 cm långt.
Du får 2/5 av snöret. Hur lång bit får du?



1/5 av 100 cm = 100/5 cm= 20 cm
2/5 av 100 cm = 2 x 20 cm = 40 cm.

Läsaren behöver här inte försöka skapa sig en bild av innehållet genom att själv rita eller genom att klippa till ett 100 cm långt snöre och undersöka hur man kan dela upp det i femtedelar. Instruktionen presenteras istället som ett tankeexperimentet och därefter ges också ett exempel på vilken procedur eller strategi som är lämplig att använda. För många elever, och särskilt elever med dyslexi som kanske vant sig vid att leta efter ledtrådar i texten för att hitta en lösning (Miles, 1992), finns risken att de kopierar proceduren när de ska lösa uppgifterna som följer på sidan och att de arbetar vidare på ett mekaniskt sätt.

Omskrivningar

I introduktionen till olika kursavsnitt kan läsaren få hjälp att knyta an och relatera ny kunskap till kunskaper som utvecklats med hjälp av tidigare kapitel i boken, eller i en tidigare årskurs.

Exempel:

I förra kapitlet fick du lära dig hur man adderar bråk:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

> Låt oss gå tillbaka till arbetet med frågorna 3 och 5 och undersöka om vi kan formulera en regel som gäller generellt.
>
> (Shuard & Rothery, 1988, s 19, vår övers)

Omskrivningar består ofta av några korta meningar men de är ändå viktiga att förstå eftersom de kan hjälpa till att aktivera sådan kunskap hos läsaren som är relevant för sammanhanget. Eleven förväntas gå tillbaka i texten och relatera tidigare arbete till den aktuella situationen. För elever i läs- och skrivsvårigheter kan det vara både ovant och mödosamt att söka information och bearbeta text på det sättet. I dessa exempel ser vi även en rad termer som knappast ingår i vardagsspråket som *adderar, formulera en regel* och *generellt*. Det är uppenbart att läraren har en viktig uppgift att hjälpa elever att utveckla sitt ordförråd och sin läsförståelse och att vara en stödjande person för elever i lässvårigheter. Det handlar bl a om att bli förtrogen med en textgenres konventioner och förstå hur olika texter ger information om begrepp som kommer att behandlas så att läsaren kan aktivera tidigare kunskaper och erfarenheter och fokusera på ett särskilt område av matematiken.

Meningsbyggnad

Som vi har sett möter eleverna i läroböckerna ord som de ibland inte har införlivat i sitt ordförråd, och som därför kan bidra till svårigheter att läsa och förstå textens innebörd. Det är naturligtvis viktigt att eleverna möter nya ord både när de läser och i muntlig kommunikation. I slutet av kunskapsöversikten ger vi flera exempel på stimulerande aktiviteter som kan bidra till att eleverna får undersöka och reflektera över ords innebörder och användningsområden. En annan bidragande orsak till lässvårigheter kan vara textens meningsbyggnad eller syntax (Shuard & Rothery, 1988). Meningar som är uppbyggda och strukturerade på samma sätt som eleverna själva talar eller skriver är enklast att förstå (Perera, 1980). *Hur mycket kostar det?* och *Rita en cirkel* är exempel på enkel meningsbyggnad. Meningar som uttrycks i passiv form är mer komplexa och svårare att förstå: *Pengarna sparades och sattes in på banken till en ränta av 4 %*, liksom underordnade bisatser: *Efter att ha gjort sina läxor simmade Lena 24 längder i simbassängen som var 25 meter lång.* Meningar som innehåller jämförelser kan också vara svåra. *3 är mer än 2. Är produkten av 3 x 2 större än summan av 4 + 2?* I det sista exemplet krävs dessutom att eleven har införlivat orden *produkt* och *summa* i sitt ordförråd.

Symboler – ett medel att uttrycka en mening

Symboler används på olika nivåer i matematikundervisningen. För nybörjarna i skolan introduceras kanske en symbol i taget och syftet är att eleverna lär sig dess särskilda innebörd. En av orsakerna till att svårigheter uppstår är att symbolerna införs för tidigt i undervisningen (Kibel, 1992). En annan svårighet kan vara att mellan matematiska symboler och talat och skrivet språk finns ingen en–till–en-korrespondens. Symbolen + uttalas plus men kan samtidigt beskriva *lägga till, fler än* osv beroende på sammanhanget. Mellin-Olsen (1984) betonar vikten av att eleverna redan i den grundläggande undervisningen förstår att matematiska symboler står istället för en mening som i sin tur beskriver tex en situation eller en händelse. De matematiska symbolerna är ett medel att uttrycka meningen. Ytterligare en svårighet är när additionen löser ett problem men problemsituationen inte direkt svarar mot en ökning: *Bengt handlade för 20 kronor och fick 30 kr tillbaka. Hur mycket lämnade han fram?*

Efter hand används kombinationer av symboler som ska tolkas med hänsyn till speciella positioner eller spatiala placeringar. Det är tex en viktig skillnad mellan $(-3)^{2-1}$ och $-(3^2)-1$ och eleverna måste förstå hur de ska tolka symbolernas innebörd med hänsyn till spatial placering (Shuard & Rothery, 1988).

Många elever, och inte endast elever i läs- och skrivsvårigheter, tycker att algebra är svårt och obegripligt. Ahlström (2001) påpekar att det

förekommer att man i undervisning om tex bråk och om olika former av problemlösning låter eleverna använda åskådligt materiel och tex rita bilder och att eleverna då oftast har någon form av förförståelse av olika begrepp genom tidigare erfarenheter. Han menar att det är annorlunda när det gäller algebra och tex variabelbegreppet. Eleverna har där oftast inte erfarenheter från vardagen som de kan bygga vidare på utan undervisningen måste bidra till att skapa situationer som kan ersätta sådana vardagssituationer. Målet är att eleverna ska kunna hantera den symboliska algebran. Undervisningen måste då bidra till att eleverna utvecklar förståelse för att bokstäverna betecknar tal eller storheter samt att de ser poängen med att använda bokstäver, uttryck, formler och ekvationer. Ahlström beskriver hur eleverna kan arbeta konkret med mönster för att studera generella samband som sen kan uttryckas med ett matematiskt symbolspråk. Han påpekar att när det gäller algebra tar undervisningen oftast sin utgångspunkt i skrivna symboler och symboluttryck, vilka bygger på konventioner. Han betonar vikten av att eleverna får använda olika uttrycksformer och pendla mellan dessa för att de ska utveckla begreppslig förståelse. Med tanke på att elever i läs- och skrivsvårigheter kan ha speciellt svårt med symbolhanteringen borde en sådan undervisning, som är bra för alla elever, särskilt gagna dessa elever.

Grafiskt material

Grafiskt material som tex bilder, diagram och tabeller är viktiga komponenter i matematikläromedel. Bilder förekommer i större utsträckning i texter för yngre elever medan tabeller och diagram är vanligare i texter för äldre elever. I läroböcker för yngre barn är det ibland viktigt att signalera rörelse i bilden för att indikera att det handlar om en händelse som har med addition eller subtraktion att göra.

Fletcher-Campbell fann i en studie (Shuard & Rothery, 1984) där yngre elever fick berätta hur de uppfattade budskapet i sådana bilder att dessa inte alltid uppfattade den matematiska idén. Många barn tolkade bilderna utifrån andra referensramar. Fyra steg gick att urskilja i barnens uppfattningar:

1. Eleven berättade en allmän händelse, utan matematisk anknytning, om några av objekten på bilden.
2. Eleven grupperade objekten på bilden men uppfattade inte någon rörelse eller några matematiska relationer mellan grupper av objekt.
3. Eleven uppfattade rörelse i bilden men inga matematiska relationer mellan objekten.
4. Eleven uppfattade de matematiska relationer som bilden avsåg att förmedla.

(s 60–61, vår övers)

Fletcher-Campbell påpekar att både yngre och äldre elever behöver undervisning om hur t ex bilder och diagram kan förmedla olika budskap och hur man kan tolka dem.

Forskning visar att för att elever ska utveckla en god läsförmåga krävs, särskilt för elever i lässvårigheter, en mer explicit och individanpassad undervisning (Fletcher-Campbell, 2000). Sådant kunnande som krävs för att lösa matematiska problem är också nödvändigt inom många andra skolämnen. Det fordras i många sammanhang att man kan förstå en text, att man kan tolka bilder och diagram och att man korrekt kan beskriva olika ting och händelser ur verkligheten (Möllehed, 2001). Möllehed menar att det borde finnas ett gemensamt program för alla ämnen som innebär att eleverna får arbeta med att läsa och förstå texter. Det kan t ex gå ut på att eleverna läser korta texter, förklarar viktiga ord, återberättar innehållet och penetrerar de frågor som väckts i texten. På samma sätt borde eleverna få öva att tolka och förstå bilder och annat grafiskt material. Eftersom elever har olika behov kan undervisningen ske i klassen, i mindre grupper och som lässtöd i enskild undervisning. Åberg-Bengtsson (2000) påpekar att mycket av den information som dagens elever möter både i skolans värld och i vardagslivet presenteras i form av diagram av olika slag. Därför är det viktigt att eleverna lär sig att förstå och använda sådana grafiska representationer. Åberg-Bengtsson (1994) redovisar några kategorier av svårigheter som förekommer när elever i en studie i åk 2, 5 och 8 i grundskolan samt åk 2 i gymnasiet (linjerna E, N och S) tolkar grafiska illustrationer som beskriver socio-ekonomiska aspekter i en fiktiv värld:

1. På grund av bristande förståelse eller felaktiga associationer av ord och begrepp i bildtexten och/eller på grund av den vuxnes förklaringar misstolkas den grafiska framställningen.
2. En annan svårighet beror på att elever gör en ”ikonisk” tolkning av bilden dvs den tolkas utifrån något den i verkligheten liknar.
3. En tredje kategori av svårighet beror på att elever visserligen tolkar symboler på en adekvat abstraktionsnivå men det är i dessa fall fel symbolik, dvs de hämtas från något annat sammanhang än det avsedda.
4. En fjärde kategori beror på problem med matematiska begrepp. Åberg-Bengtsson påpekar att det var väntat att yngre elever inte skulle behärska en mängd matematiska begrepp i intervjuunderlaget men även äldre elever hade ibland uppenbara problem med en del av bilderna. En av de största svårigheterna var skillnaden mellan relativa och absoluta tal.
5. Den sist redovisade kategorin handlar om felaktiga slutsatser eller förklaringar. Elever kan t ex ha förstått diagrammet som sådant (dess form) men drar ändå felaktiga slutsatser av eller ger oriktiga

förklaringar bl a beroende på förkunskaper och utvecklingsnivå. Åberg-Bengtsson menar att när elever ska tolka diagram så är det inte endast bilden som är avgörande för förståelsen. Elevernas förkunskaper har också betydelse liksom förmågan att tolka ev åtföljande text.

Sammanfattning

Att läsa matematiska textuppgifter ställer stora krav på elevernas läsförståelse. Meningsbyggnaden kan vara komplicerad, eleverna möter nya ord och begrepp som kan vara svåra att tolka, de förväntas kunna generalisera idéer ur enstaka exempel. Lärobokstexter ställer ofta krav på en aktiv och fokuserad läsning eftersom varje litet ord kan vara viktigt för förståelsen. Förklaringar skall ofta bearbetas i flera steg och eleven ska kanske gå tillbaka till tidigare avsnitt i boken för att förstå det nya. Bilder, diagram och tabeller ska tolkas korrekt. Många elever i lässvårigheter behärskar inte denna strategiska form av läsning (Shuard & Rothery, 1988). En händelse eller situation ska översättas till abstrakta matematiska symboler och modeller. Man kan inte förutsätta att eleverna på egen hand ska klara dessa avancerade uppgifter. Elever som redan tidigare har det svårt ställs inför övermäktiga krav. Istället behövs en mycket tydlig och strukturerad undervisning i samband med tolkning och bearbetning av olika kategorier av texter och grafiskt material och för att göra överföringar mellan olika uttrycksformer. Det är tämligen vanligt att elever övar läsning och läsförståelse i andra ämnen än svenska, tex historia, geografi eller samhällskunskap. På det sättet kan sådana ämnen bidra till elevers ökade läsförståelse. Elever som är i behov av enskilt stöd i läsning skulle förutom texter med mer allmänt innehåll också kunna få hjälp att läsa texter med matematiskt innehåll. Även matematikundervisningen måste bidra till att eleverna förbättrar och fördjupar sin läsförståelse genom att de får undervisning i och om lässtrategier. Undervisningen i svenska måste också bidra till att eleverna får hjälp att lära sig läsa sådana texter.

Att lära grundläggande matematik

Matematik som skolämne är ca 400 år gammalt i vårt land. Först i 1611 års skolordning blev det tillåtet att arbeta med aritmetik om läraren hade tid över och det dessutom inte inkräktade på andra ämnen (Johansson, 2002).

I sin historiska exposé över aritmetikens utveckling i Sverige citerar Johansson Aurelius beskrivning av ämnets karaktär.

> Hon är som en moder för andra konster … tillfoghar heller inte något Wåld eller Oförrätt … hon förtagher Kijf och Träta / Krigjgh och Oenighet / tilstädher ey heller någhon Ofrijd.
>
> (s 2)

Det tidigare använda romerska systemet med räkning på abakus eller räknebord med räknepenningar trängdes ut av det hindu-arabiska siffersystemet med tillhörande räknemetoder, dvs algoritmer. Detta var, menar Johansson, ett vägval med både för- och nackdelar. För dem som lärde sig räknetabellerna ordentligt blev räknandet med siffror säkert både snabbare och säkrare. Men andra blev istället hänvisade till ett besvärande beroende av ramsräkning på fingrarna – problem som vi ju dras med än idag. Det romerska systemets struktur och symboler för fem, femtio osv gav ett gott stöd för taluppfattningen då vår förmåga att direkt uppfatta antal utan att räkna är mycket begränsad. Johansson menar att det hindu-arabiska systemets tiobas är lite för stor för människans möjlighet att uppfatta små antal "i en blink". Det romerska systemet gav stöd i räknandet ungefär på samma sätt som vi har stöd av femkronor, femtiolappar osv när vi hanterar kontanter.

Taluppfattning

> Att ha förmåga och vilja att förstå och bruka tal i olika situationer och sammanhang – number sense – hör till de mest grundläggande målen i all matematikundervisning.
>
> (Reys & Reys m fl, 1995b, s 23)

I en artikelserie i Nämnaren (1995) diskuteras vad som menas med taluppfattning. Man framhåller att god taluppfattning innefattar en förväntan att tal är meningsfulla helheter och att hanterandet av tal och resultat har betydelse och mening. Det handlar om en övergripande förståelse för

tal och operationer parat med förmåga, färdigheter och lust att använda denna förståelse på olika sätt som underlag för beslut och för att utveckla användbara och effektiva strategier för att använda tal och operationer. Där redovisas sex olika aspekter av taluppfattning:

– Förståelse av tals betydelse och storlek.
– Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck och representationer av tal (multiple representations).
– Förståelse av operationers innebörd och funktion.
– Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck (equivalent expressions).
– Strategier för beräkning och antalsbestämning.
– Referenspunkter vid mätning.

Skolans tidigare uppgift att lära elever hur man utför beräkningar har utvecklats till att också skapa förståelse för varför olika procedurer fungerar. Reys & Reys (1995a) skriver:

> Framför allt kännetecknas Number sense av en önskan att ge mening åt situationer med kvantitativa beskrivningar, att relatera tal till sammanhang och undersöka vad som händer när man manipulerar med tal. Det är ett sätt att tänka och borde genomsyra all undervisning och allt lärande i matematik.
>
> (s 28)

De påpekar vidare att läraren spelar en mycket viktig roll för om elever kommer att utveckla en god taluppfattning. Om läraren skapar målinriktade och stimulerande aktiviteter och samtal där eleverna måste tänka på tal och numeriska samband och göra kopplingar med kvantitativ information i omvärlden har eleverna förmodligen större möjligheter både att uppskatta matematik och att lära sig matematik med god förståelse. Vissa relationer mellan tal är kritiska för lärandet, sk *referenspunkter.* De innefattar tex de talpar som bildar talet 10 och likvärdigheten mellan 0,5, 1/2 och 50 % (Anghileri, 2000).

Aritmetik – några kritiska punkter

För elever med dyslexi finns det några punkter som är särskilt kritiska för deras lärande i grundläggande aritmetik (Joffe, 1983; Miles, 1992; Grauberg, 1998). Forskningen pekar på följande:

Symbolernas funktion

Den mest framträdande kritiska punkten för elever med dyslexi är att utveckla förståelse för symbolernas funktion (Miles, 1992). Det är därför nödvändigt att eleverna först får arbeta muntligt och laborera med åskådligt materiel, kommunicera om sina upptäckter och knyta an till tidigare erfarenheter för att utveckla begreppslig förståelse. Genom att ta del av hur talbilder och talsystem har sett ut och utvecklats i olika kulturer kan elevernas förståelse för symbolernas funktion fördjupas (Emanuelsson m fl 1996). Att göra överföringar mellan egna skapade symboler och andra kulturers symboler (tex romerska siffror, egyptiska symboler som inte är lika abstrakta som våra) och till sist översätta handlingar till våra hindu-arabiska symboler kan vara ett sätt att stödja elevernas lärande (Grauberg, 1998). Erfarenheter visar enligt Grauberg att detta kan vara positivt också för äldre elever som upplever att de tidigare misslyckats med att lära sig grundläggande matematik och som tycker att det är ”barnsligt” att gå tillbaka och arbeta med så elementära kunskaper.

Generalisering

Miles (1992) påpekar att elever med dyslexi vanligtvis inte har svårigheter att förstå samband och mönster och logiska resonemang, men att de är beroende av en tydlig och strukturerad undervisning. Genom laborativt arbete och reflekterande muntlig kommunikation tillsammans med lärare och kamrater kan man hjälpa eleven att upptäcka samband och mönster tex inom och mellan tal. Att göra *överföringar* av kunskaper som eleven utvecklar inom ett område till ett annat område är också beroende av laborativt arbete och reflekterande samtal. Många problem som elever med dyslexi stöter på delar de med andra elever, som inte är i svårigheter, men här talar vi om elever som är i behov av särskild tydlig och strukturerad undervisning för att svårigheter inte ska utvecklas till ett handikapp (Grauberg, 1998).

Verbal information

En annan kritisk punkt är när lärare kommunicerar med eleverna endast genom muntlig information och muntliga instruktioner och förklaringar. En del elever kan då vara hänvisade till att förlita sig enbart på den muntliga sidan av språket, vilket kanske inte är deras starka sida (Joffe, 1983; Miles, 1992). Det ligger nära till hands för lärare att dra slutsatsen att dyslexi endast handlar om svårigheter med *skrift*. Men svårigheter kan också uppstå i samband med det talade språket. Om muntlig kommunikation även åtföljs av visuell åskådlighet, tex genom handling, kan problemet ofta undanröjas. Vid instruktioner kan det vara till hjälp om de ges både i skriftlig och muntlig form.

Minne och grundläggande talfakta

Ett kännetecken för dyslexi är ett begränsat arbets- och långtidsminne vilket kan ställa till många problem i samband med lärande i matematik. Det kan tex innebära svårigheter att lära sig de tio första talens alla kombinationer och lägga dessa talfakta i långtidsminnet (Geary, 2000).

Elever som känner sig trygga och förtrogna med tal uppvisar ökande effektivitet och varierande strategier när de gör beräkningar och arbetar med problemlösning. Elever som har ett begränsat arbetsminne riskerar att fastna i en långsam, osäker och ineffektiv strategi baserad på uppräkning om ingen tar notis om vad de gör och ger dem god undervisning. När de räknar i sina böcker går uppgifterna ofta bara ut på att komma fram till ett korrekt svar. De flesta av dessa elever behöver arbeta laborativt och undersökande där de ges tillfälle att analysera tal och reflektera över samband (Henderson, 1998). Begränsningar i arbetsminnet gör att det är viktigt att läraren är mån om hur instruktioner ges och att man tar en sak i taget. Ges flera instruktioner i tät följd är risken att eleverna inte kommer ihåg någon eller endast en av dem.

Riktning

Den här typen av problem kan tex visa sig i att elever spegelvänder siffror och har problem med startpunkten vid algoritmräkning där man räknar från höger till vänster istället för att arbeta från vänster till höger som vid läsning. Det är också vanligt att siffror byter plats så att tex 234 uppfattas och skrivs som 243.

Utveckling av grundläggande aritmetikkunskaper

Människan har en medfödd förmåga att uppfatta små antal med ett enda ögonkast, det som på engelska kallas ”subitizing” (Butterworth, 2000). Uppgifter om gränsen för hur stort antal som kan uppfattas varierar men verkar i alla fall vara under tio även hos vuxna personer. Butterworth påpekar att oavsett om en kultur erbjuder formell undervisning i aritmetik eller inte, om man använder sig av tal i olika sammanhang eller om det finns räkneord för tal uppfattar människan ändå små antal. Den första och mycket betydelsefulla bron mellan denna medfödda förmåga hos spädbarnet och mer avancerade matematiska färdigheter och kunnande utgörs av att man lär sig räkna. När små barn börjar räkna antal skiljer de inte på räkneord och antal utan använder räkneorden som namn eller beteckningar. Även om de under vissa omständigheter kan räkna förstår de inte riktigt meningen med det. Ber man barnen räkna fyra klossar kan de ta en näve utan att räkna dem. Wynn (1990) kallar dessa barn för ”roffare”. Fastän barnen kanske använder det sista ordet för att tala om hur många de har räknat har de många gånger inte förstått vilken funktion räkneorden har. Det kan vara så att de härmar de vuxnas

förfarande utan att riktigt förstå innebörden i räknandet och att de tror att räkneordet bara är en etikett som hör till det räknade föremålet. Följande samtal får illustrera detta.

> *Nils*: Björnen hade sju tänder, men nu har han tappat sex.
> *Läraren*: Hur många har han kvar då?
> *Nils*: Sju.
> *Läraren*: Men han tappade ju sex?
> *Nils*: Ja, men han har kvar en som heter sju.

Andra barn, som Wynn kallar för "räknare", förstår sig på mindre antal och vet att ett sätt att ta reda på antal är att räkna föremålen även om det inte alltid blir riktigt rätt. Om barnen ska utveckla förståelse för principen om kardinalitet, dvs att det sist uppräknade ordet talar om antalet som finns i den räknade mängden, måste de förstå att tal refererar till en bestämd mängd och utveckla kunskap om det exakta antal som ett ord refererar till (Wynn, 1990).

Räkneprinciper

Att kunna ramsräkna är alltså inte tillräckligt för att man ska kunna säga att barn har förståelse för uppräknandets idé. Gelman & Gallistel beskriver fem räkneprinciper som anger utvecklingen av barns matematiska förståelse (Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999):

1. Principen om ett-till-ett-korrespondens. Barnen måste kunna jämföra antalet föremål i två mängder genom att para samman föremålen två och två. Ett föremål från den ena mängden bildar par med ett föremål från den andra mängden.
2. Principen om den stabila ordningen betyder att barnen vid uppräkning konsekvent använder en och samma sekvens av räkneord.
3. Kardinalprincipen innebär att barnen förstår att det sist uppräknade räkneordet också anger antalet föremål i den uppräknade mängden.
4. Abstraktionsprincipen betyder att alla föremål som ingår i en välavgränsad mängd kan räknas oavsett slag av föremål.
5. Den irrelevanta ordningens princip betyder att man kan starta var man vill då man ska räkna föremålen i en mängd, samtidigt som inget föremål får räknas mer än en gång.

Princip 1, 4 och 5 kan barn tillägna sig utan att ha någon förståelse för räkneorden men princip 2 och 3 är däremot knutna till räkneramsan. Gelman och Gallistel menar att dessa principer utvecklas med stigande ålder och att de är i det närmaste genetiskt nedärvda.

(s 25-26)

Räkneramsan

När små barn börjar använda räkneramsan sker det ofta i samband med räknelekar där de använder räkneramsan som vilken annan ramsa som helst (Ginsburg, 1989). Detta akustiska räknande, där räkneorden *ett, två, tre* sägs samtidigt som barnet i tur och ordning pekar på kamraterna, har inget annat innehåll än tex ramsan *ole, dole, doff*. Genom erfarenheter lär sig barnen så småningom att urskilja räkneorden i ramsan och de upptäcker den kvantitativa aspekten som svarar på frågan "hur många". Fuson (1992) påpekar att för att barn ska utveckla förståelse för tal och resultaträkning dvs att ta reda på antal, måste de under lång tid få erfarenheter av att räkna på talsekvensen och representera antal på ett konkret sätt. Akustiskt räknande på räkneramsan och resultaträknande behöver inte utvecklas samtidigt. Resultaträkning används för att bestämma storlek eller antal. Till en början är det stor skillnad mellan hur långt barnen kan räkna på räkneramsan och det antal objekt som de med säkerhet kan bestämma antalet för. Många barn får erfarenheter av att använda räkneramsan hemma, men det finns också barn som ges få sådana erfarenheter eller lär sig räkneramsan på ett annat språk.

Även förskolebarn kan uppvisa dyslektiska symtom fast de ännu inte kan läsa (Scarborough, 2001). Dessa barn kan ha särskilt svårt att lära sig att komma ihåg räkneramsan, nya ord, namn på veckodagar etc. Att lära sig räkneramsan och förstå innebörden i resultaträkning är grundläggande för den fortsatta talutvecklingen (Fuson, 1992). I förskolan finns det därför goda skäl att stimulera barnen att utforska och använda räkneramsan i rutinsituationer, lekar, sånger, ramsor och genom att spela olika spel.

Räknestrategier

Det första steget i barns räknande innefattar strategin *räkna alla* (Ashcraft & Fierman, 1982). Om barnen tex ska lösa uppgiften 2+5 räknar de först upp två föremål och därefter fem föremål för att till sist räkna samtliga (1, 2 – 3, 4, 5, 6, 7).

En mer sofistikerad process är *räkna på*. Barnet uppfattar antalet i den första mängden och fortsätter sedan att räkna tills alla är räknade (2 – 3, 4, 5, 6, 7).

En mer effektiv strategi, *räkna på från största*, innebär att barnet väljer den största mängden och räknar sedan den mindre mängden (5 – 6, 7).

Det sista stadiet i barnens utveckling av räknestrategier innebär att de utnyttjar sina kunskaper om talfakta och hämtar talfakta från långtidsminnet. De använder direkta minneskunskaper och vet att 2 + 5 = 7.

Elever förlitar sig inte i allmänhet på *en* strategi när de löser aritmetiska problem, utan snarare på en blandning av olika strategier. Först kanske man försöker hämta svaret från långtidsminnet. Om detta inte lyckas kan eleven istället gissa eller ta till någon annan strategi som att

ta hjälp av sina fingrar. Vanligtvis använder elever i slutet av årskurs ett strategin *räkna på från största* (Carpenter & Moser, 1984) och de lägger fler och fler talfakta i långtidsminnet.

Utveckling i användningen av olika strategier innebär i allmänhet att elever förändrar blandningen av strategier, överger gamla och hittar nya. Med ålder och ökad skicklighet ersätts undan för undan dessa strategier med direkt uppfattning av grundläggande addition och subtraktion (Ashcraft & Fierman, 1982).

En del elever utvecklar några elementära strategier i nybörjarundervisningen och håller sedan fast vid dessa. De lägger få talfakta i långtidsminnet och kan fortfarande på högstadiet räkna på talramsan med hjälp av fingrarna både inom små och stora talområden (Geary, 1991; Ostad, 1999, 2002; Holgersson, 2002).

Olika sätt att uppfatta tal

Ahlberg (2001) menar att hur barn uppfattar tal har en avgörande betydelse för hur de utvecklar sitt tänkande och sin förståelse för talens innebörd. Genom intervjustudier med barn, även barn med funktionshinder, fann hon att 6-åringar som löser olika typer av aritmetiska problem utan att använda laborativt materiel, använder en mängd olika förfaringssätt och uppfattade tals innebörder på fem olika sätt (s 34–39):

1. *Tal som räkneord*. Barnen försöker lösa ett problem genom att ge ett godtyckligt svar som inte har någon anknytning till problemet. Andra barn säger ett räkneord som nämns i problemet. Ytterligare ett sätt är att säga ett tal som i talsekvensen kommer före eller efter något av de tal som nämns i problemet.

2. *Tal som omfång.* Barnen ger ett svar utifrån en rimlig uppskattning utan att de använder någon procedur. De har en uppfattning om talens delar och helhet och vet att tal refererar till en mängd men de vet inte exakt till vilken.

3. *Tal som positioner.* Barn som uppfattar tal som positioner i talsekvensen använder sig av två strategier för att hålla ordning på talen. De dubbelräknar eller så räknar de alla. Ahlberg påpekar att det är mycket ovanligt att seende barn dubbelräknar, vilket däremot är vanligt bland barn som är blinda. Dubbelräkning innebär att barnen räknar på två talsekvenser och inte behöver använda fingrarna för att veta hur många de adderat eller subtraherat:

   L: Om du har 5 kronor och får 13 kronor hur många kronor har du då?
   Bo: 14 är 1, 15 är 2, 16 är 3, 17 är 4, 18 är 5, så det är 18.
   (Ahlberg, 2001, s 36)

De barn som ”räknar alla”, räknar först det ena mängden tex med hjälp av sina fingrar, sedan den andra mängden och slutligen räknar de samtliga fingrar.

4. *Tal som grupperade enheter.* Ahlberg menar att det är mycket vanligt att barn samtidigt uppfattar tal som positioner i talsekvensen och som grupperade enheter. När de erfar tal som grupperade enheter räknar de inte ett och ett i taget utan förlitar sig på sin erfarenhet.
   - Barnen använder sitt *taktila sinne*, dvs de kan räkna och känna för att gruppera tal genom att tex ta på bordet eller stolen.
   - De kan använda sin *auditiva kanal*, dvs de uppfattar antal genom att lyssna till hur många tal de säger.
   - Barnen använder sin *visuella kanal*, vilket innebär att uppfatta antal genom att titta på saker i sin omgivning. Detta sätt att gå tillväga är dock ovanligt enligt Ahlberg. Det vanligaste är att barnen ser på sina fingrar som grupperas på olika sätt. De använder tex strategin *räkna från första* (3+5 löses då genom att barnet börjar på tre och räknar 4, 5, 6, 7, 8 genom att se på sina fingrar) eller räknar *från den största* mängden. Ahlberg menar att trots att barnen bara grupperar den ena delmängden på sina fingrar så kan de ändå uppfatta helheten genom att känna, se och höra.
5. *Tal som sammansatta enheter.* Barnen strukturerar talen utan att räkna ett i taget. De kan tex utgå från en addition eller subtraktion som de känner till och härleder talfakta ur dessa kända talfakta. Ett sätt är tex att utgå från ”dubblorna”. En annan strategi är att utnyttja ”erfarna talfakta” dvs de vet svaret och behöver inte räkna. Ytterligare en strategi är att strukturera genom att ”se” talen på sina fingrar. Men det är ovanligt att en uppgift som tex leder till beräkningen 8–2 löses enbart genom att barnet ser på sina fingrar utan att överhuvudtaget räkna.

Dela upp helheter

Ahlberg betonar att eftersom barn har många sätt att utveckla förståelse för talens innebörder är det viktigt att de också får möta tal på många olika sätt i olika situationer. Hon påpekar att det i nybörjarundervisningen är vanligt att eleverna får rika erfarenheter av att använda talsekvensen genom att räkna föremål och bilder. Det är inte lika vanligt att de får rika erfarenheter av att utgå från helheter som ska delas upp. För elever med ett bristfälligt arbetsminne är detta en mycket kritisk punkt i lärandet. För att associationer ska bildas mellan de ingående talen och helheten måste eleven samtidigt kunna uppmärksamma och hålla dem aktuella i

medvetandet (Geary, 2000). Ahlberg betonar att det är väsentligt att barn i allmänhet får dela upp tal på olika sätt genom ett multisensoriskt lärande där de kan se, känna och höra talen så att de samtidigt kan uppfatta talens delar och helhet och utveckla förståelse för tals additiva sammansättning. Det kan tex ske med hjälp av olika typer av laborativt materiel. För elever med ett begränsat arbetsminne är det väsentligt att få tala om vad de gör när de laborerar och delar upp tal för att förstärka lärandet (Kibel, 1992). Ahlberg påpekar att den viktigaste fasen i barns talutveckling är att ha förståelse för tal som grupperade enheter.

Fingertal

Flera forskare (Butterworth, 2000; Buys, 2001; Häggblom, 2000; Neuman, 1989) påpekar att människan kunde räkna långt innan hon kunde skriva siffror och att fingerräkning har varit en naturlig del av räknandet. Enligt Carpenter & Moser (1984) modellerar barn till en början tal med hjälp av föremål och därefter med hjälp av fingrarna. Så småningom utvecklar de abstrakt tänkande om tal. Neuman (1989) beskriver hur nybörjare i skolan kan gruppera de tio första talen på sina fingrar i sk fingertal för att skapa en känsla och en synlig modell för de tio första talen där helheten och delarna är synliga samtidigt.

Talen 1–4 representeras i fingertal av vänsterhandens fyra fingrar och talet 5 av den vänstra ”femhanden”. Talen 6–10 representeras med hjälp av båda händerna som 5+1, 5+2, 5+3, 5+4 och 5+5.

I den matematikdidaktiska litteraturen framhåller man just 5-grupperingens betydelse för att elever ska upptäcka talstrukturen i vårt tiobassystem och för att eleverna ska utveckla föreställningar om tal (Anghileri, 2000; Henderson, 1998; Neuman, 1989). Genom att modellera talen på sina fingrar kan barnen skapa sig en bild av helhet-del-del inom varje tal (tex att 8=5+3, 6+2, 7+1 osv) utan att behöva räkna framåt och bakåt ett steg i taget på räkneramsan.

Barnens symboler och romerska siffror

I den matematikdidaktiska litteraturen framhålls betydelsen av att eleverna får använda olika uttrycksformer som bilder, konkreta modeller, muntligt tal, egna symboler och konventionella symboler. En del lärare låter också nybörjarna använda de romerska symbolerna för talen 1–10. De romerska siffrorna för de tio första talen är mer åskådliga än våra hindu-arabiska siffror eftersom talen 1 till 4 går att räkna (I, II, III, IIII) och genom att kompositionen av talen mellan 6 och 10 som 5 + någonting synliggörs (VI, VII, VIII osv). Eftersom symbolhantering är en kritisk punkt för elever i läs- och skrivsvårigheter kan de romerska siffrorna fungera som en bro mellan det muntliga laborativa arbetet och symbolisering via våra siffror. Neuman påpekar att talet fyra idag skrivs som IV men i det

ursprungliga romerska systemet skrevs det som IIII. Talet nio skrivs idag som IX men skrevs ursprungligen som VIIII. För åskådlighetens skull bör man alltid använda IIII som symbolen för talet fyra och VIIII som symbolen för talet nio i den grundläggande undervisningen om de tio första talen.

Föreställningar om alla talkamrater

Kunskaper som eleverna utvecklar inom lägre talområden kan de utnyttja inom större talområden. En uppgift som 37+8 är enkel att se lösningen på om man tex har en föreställning om att talet 8 kan grupperas som 3 och 5 (37+3+5=45) eller som 7+1 (30+7+7+1=45). Det är viktigt att elever har föreställningar om alla "talkamrater" inom talområdet 1–10. Talet 6 kan tex också grupperas som 6+0, 5+1, 4+2, 3+3 osv. Elever som i den grundläggande undervisningen börjar addera små tal utan att utveckla sådana talföreställningar riskerar att fastna i elementära räknestrategier (Wigforss, 1952). Kilborn (1989) och Ostad (1999) påpekar att den grundläggande undervisningen i aritmetik ibland bidrar till att elever hindras att utveckla mer mogna och flexibla strategier. För elever med dyslexi som har ett begränsat arbetsminne gäller det således att koncentrera sig på talsystemets struktur så mycket som möjligt och så tidigt som möjligt (Grauberg, 1998). Ju bättre elever kan utnyttja talsystemets struktur desto mindre är risken att minnet överbelastas. Talen mellan 11 och 20 är särskilt problematiska eftersom namnen för talen inte stämmer överens med siffersystemets struktur. Grauberg (1998) förespråkar därför att man väntar med dessa tal i undervisningen och istället utgår från talet 100 som en helhet och fokuserar på regelbundenheten i tiotalen. När eleverna genom laborationer och muntliga samtal har utvecklat förståelse för hundratal och tiotal bygger man ut systemet med entalen. Eleverna ska utveckla kunnande om talens namn, siffrornas värden och deras respektive plats och relationer till andra tal i talsystemet och till omvärlden.

Löwing & Kilborn (2002) påpekar att när eleverna löser problem är det viktigt att de har flyt i sitt räknande. Om elever ofta måste bryta sina överordnade tankegångar för att utföra enkla beräkningar stör det problemlösningsprocessen. De menar därför att det är viktigt att eleverna automatiserar grundläggande talfakta inom de fyra räknesätten, tex 1+1 → 1+19; 2+1 → 2+19 osv, vilket är tämligen enkelt om eleven förstår strukturen +1 är lika med nästa tal. De menar att detta är viktiga förkunskaper för mer komplex matematik och för huvudräkning som är ett viktigt kunnande i vardagslivet. De påpekar dessutom att om enkla operationer som 8+7 inte kan hämtas från långtidsminnet kommer sådana räkneoperationer ständigt att överbelasta arbetsminnet vid problemlösning. För elever som redan har ett begränsat arbetsminne blir det än viktigare att de får bygga sitt kunnande på struktur och mönster i talsystemet.

Positionssystemet

Chinn & Ashcroft (1998) menar att lärare som undervisar elever med dyslexi i matematik mycket noga och ingående måste lyfta fram och diskutera matematiska konventioners innebörder. I vårt talsystem börjar användningen av platsvärde med talet 10. Grauberg menar att för elever som upplever symbolhantering som abstrakt och problematisk är det synnerligen betydelsefullt hur ”noll” introduceras. Å ena sidan kan noll uppfattas som ”ingenting”, ”tomt”, å andra sidan uttrycker noll att ett helt tal blir större ju fler nollor som följer på slutet. Chinn & Ashcroft pekar på vikten av att undervisningen för elever med dyslexi är särskilt noga med att röra sig från det konkreta mot det abstrakta och att lärare lägger vikt vid att eleverna gör logiska kopplingar mellan objekt och de symboler som används för att beskriva dessa. Eleverna ska inte enbart kunna redovisa tiobassystemets värdepositioner, de ska kunna *tänka* med dessa för att t ex förstå decimaluttryck (Spendrup, 2001).

Tiobasmateriel

Idén med tiobasmateriel som många lärare använder, är att om elever får möjlighet att laborera med olika talbock med dimensionerna 1 x 1 x 1 cm, 1 x 1 x 10 cm, 1 x 10 x 10 cm och 10 x 10 x 10 cm kan de upptäcka positionssystemets uppbyggnad med basen tio (Price, 1998). Att låta eleverna laborera med talblocken på speciella sätt och göra skriftliga noteringar, förväntas underlätta för eleverna att också förstå hur vi skriver tal i ett platsvärdesystem och hur man gör beräkningar med hjälp av standardalgoritmer eller andra skriftliga räknemetoder för de fyra räknesätten. Talblocken kan också användas i undervisning om begrepp i samband med tal i bråkform (Malmer, 2001).

Om elever arbetar med talblocken på egen hand finns det alls ingen garanti för att de gör kopplingar till positionssystemet och hur vi skriver tal. Price (1998) jämförde i en studie elever i årskurs tre som använde tiobasmateriel med elever i samma årskurs som använde sig av dataprogram som behandlade två- och tresiffriga tal. Resultaten var inte alls entydiga även om vissa elever utvecklade sin förståelse med hjälp av talblocken. Price påpekar att användningen av tiobasmateriel endast är effektivt om lärare har en genomtänkt plan för hur det ska användas. Eleverna måste naturligtvis förstå kopplingen mellan talblocken, det talade språket och sättet att skriva symboler för tal. Då behöver lärare ha klart för sig vilka delbegrepp som eleverna arbetar med i olika situationer (Olsson & Forsbäck, 2002).

1. Tiogrupper: Ental kan grupperas som tiotal, tiotal kan grupperas som hundratal, hundratal som tusental osv.
2. Eleverna måste förstå vårt sätt att skriva symboler för olika tiopotenser (ex: $100 = 10^2$, $10 = 10^1$).

3. En siffras värde bestäms av dess plats eller position. Siffran 5 symboliserar när den står ensam fem ental. I talet 53 däremot symboliserar siffran 5 femtio ental eller fem tiotal.
4. Förståelse för nollans funktion som en symbol för en tom mängd är av avgörande betydelse. En del elever räknar sig fram i böcker på lågstadiet utan att egentligen förstå nollans funktion vilket kommer att visa sig när tal i decimalform introduceras.
5. Olsson & Forsbäck pekar på betydelsen av att man i undervisningen synliggör och lyfter fram tals multiplikativa egenskap (135 = 1 x 100 + 3 x 10 + 5 x 1).
6. Eleverna ska också utveckla förståelse för tals additiva egenskap, 135 = 100 + 30 + 5 (utvecklad form).

Löwing & Kilborn (2002) redovisar i sin bok resultat från en intervju med lärare som ombads att demonstrera hur de förklarar beräkningen av en subtraktion som 324 – 78 informellt och formellt för sina elever. De flesta lärarna använde tiobasmateriel eller pengar för att konkretisera operationen men det språk och den metod som användes vid det laborativa arbetet stämde sällan överens med det språk och den metod man senare använde när man utförde subtraktionen utan laborativt materiel. Det formella språket och tänkandet knöts inte ihop med det informella språket och tänkandet. På så sätt blev det laborativa arbetet inte ett stöd för eleven att utveckla sin förståelse.

Från tiobasmateriel till pengar

Chinn (1998) pekar på vikten av variation i undervisningen och att elever med dyslexi både genom muntlig kommunikation och handling får möjlighet att göra överföringar mellan olika laborativa materiel som tex tiobasblock och pengar. Pengar är mer abstrakta än tiobasmateriel eftersom man inte kan se att en hundrakronorssedel motsvaras av tio tiokronor eller hundra enkronor. Tiobasmateriel som har markeringar även för entalen synliggör däremot dessa förhållanden. Man kan se att tiostaven symboliserar ett tiotal samtidigt som den symboliserar tio ental. Men pengar tillhör elevernas vardag. Tiobasmaterielet är en konstruktion med vars hjälp man vill synliggöra positionssystemets idé. Den konstruktionen måste eleverna lära sig att tolka på rätt sätt. Att göra överföringar mellan tiobasmateriel och pengar kan vara ett viktigt steg som lärare bör ägna uppmärksamhet åt tillsammans med sina elever för att de så småningom ska kunna *tänka* med hjälp av positionssystemet utan något åskådligt materiel alls.

Multiplikation

Elever med dyslexi kan ha särskilt svårt att lära sig multiplikationstabellen (Steeves, 1983; Miles, 1992). Ytterligare en aspekt som Chinn & Ashcroft (1998) framhåller är svårigheter att generalisera fakta och matematiska lagar om inte undervisningen särskilt bidrar till att utveckla sådant kunnande. Tex kan många elever bara hämta fram tabellfakta om de reciterar hela sekvenser. För att komma fram till svaret på 9x2 måste eleven först rabbla 1x2 tom 8x2. En sådan strategi bidrar inte till att eleven upptäcker relationer mellan talen och att 9x2 tex kan lösas genom 10x2–1x2. Situationen förvärras ytterligare om eleven vant sig att se multiplikation som ”femmorna” eller ”tvåorna” dvs enbart som upprepad addition (Chinn & Ashcroft, 1998). Svårigheterna innebär inte att eleverna inte kan lära sig att automatisera sådan kunskap men däremot tar det lång tid och kräver en systematisk och explicit undervisning (Ellis, Miles & Wheeler, 1996).

Forskning visar således att elever med dyslexi har särskilt stora behov av att arbeta med betydande åskådlighet och av en tydlig undervisning som hjälper dem att analysera och reflektera över matematiska samband mellan tal och mellan tal och omvärlden. Elevers möjligheter att utveckla begreppslig matematisk kunskap är nära relaterad till lärares ämnesteoretiska och matematikdidaktiska kunskaper såväl som god förståelse för elevernas tänkande (NCM, 2002).

Vilka ”vardagskunskaper” behöver elever med dyslexi när det gäller tex multiplikation? Vilka kunskaper behöver eleverna för att senare förstå och använda multiplikation, bråk, decimaltal och algebra? Hur mycket av sin tid är det rimligt att eleverna lägger på just den delen av matematikutbildningen? Detta är frågor som lärare brottas med och som det kanske inte finns något enkelt svar på. Senare i texten ger vi några exempel på undervisning i multiplikation som i första hand bygger på att upptäcka samband och mönster (Chinn & Ashcroft, 1998).

Standardalgoritmer

För elever med dyslexi är det som vi tidigare nämnt särskilt påfallande att de traditionella standardalgoritmerna kan hindra eleverna att utveckla god taluppfattning pga svårigheter att skapa inre representationer, ett begränsat arbetsminne och svårigheter med riktning (Joffe, 1983; Grauberg, 1998; Malmer, 1999). Många elever är ouppmärksamma på siffrornas platsvärde och glömmer att de representerar tex hundratal och tiotal. Istället behandlar de alla tal enbart som ental när de gör beräkningar (Fuson & Kwon, 1991), och de har problem med att komma ihåg från vilket håll man ska arbeta (vänster–höger eller höger–vänster).

Kolumnaddition

Treffers & Buys (2001) påpekar att standardalgoritmen för tex addition är en förkortning av *kolumn-addition*. För att synliggöra strukturen i standardalgoritmen kan man låta eleverna arbeta i tre steg:

a)
```
  463
+382
  700
  140
+   5
  845
```

Kolumnberäkning karakteriseras i första steget av att man arbetar från vänster till höger och från stora till små talsorter. Delresultaten adderas vertikalt.

b)
```
  463
+382
    5
  140
+700
  845
```

I nästa exempel (b) arbetar man från höger till vänster och från små till stora talsorter. Delresultaten adderas vertikalt siffra för siffra.

c)
```
  1
  463
+382
  845
```

I det sista exemplet (c) används den traditionella standardalgoritmen. Övergången från a till b karakteriseras av att man ändrar riktning när man beräknar delresultaten. Övergången från (b) till (c) karakteriseras av att man använder en förkortad kolumnberäkning för delresultaten i varje kolumn. Här sker övergången från beräkning med positionsvärden till beräkning med enskilda siffror (2+3=5; 6+8=14; (skriv ned 4 och kom ihåg ett i minne) 1+4+3=8). På motsvarande sätt kan kolumnberäkning ske inom samtliga fyra räknesätt.

Huvudräkning med hjälp av bokförda delberäkningar

Huvudräkning där eleverna bokför olika delresultat (mellanled) kan eventuellt hjälpa eleven att få en bättre överblick samtidigt som minnet inte belastas lika hårt. Det överensstämmer till viss del bättre med olika strategier som man använder vid huvudräkning, där man börjar med den största talsorten, och inte som i den förkortade standardalgoritmen med

den minsta talsorten och man arbetar dessutom från vänster till höger (som vid läsning). Grauberg (1998) rekommenderar att elever som har problem med riktning och ett begränsat arbetsminne under lång tid använder detta sätt att göra beräkningar och att lärare försäkrar sig om att eleverna förstår positionssystemet. Lärare bör dock vara uppmärksamma på att eleverna verkligen utvecklar ett flexibelt tänkande när de använder den här räknemetoden. Om en elev lärt sig strategien att räkna talsort för talsort vid tex subtraktion, är det bara en effektiv metod i vissa sammanhang tex:

764 – 431 = 300 + 30 + 3 = 333

Men subtraktionen 74 – 69 löses inte särskilt effektivt med en sådan strategi. Där ligger det kanske närmare till hands att tänka additivt dvs 70, 74 (74 – 69 = 1 + 4 = 5). För många elever uppstår också problem med vilket tecken som ska användas i samband med att de får negativa tal tex:

764 – 685 = 100 – 20 – 1 = 79

Om eleven gör rätt i det första ledet händer det ofta att de sedan adderar talen i det andra ledet och får det till 121. Även denna räknemetod ställer således stora krav på elevers begreppsliga förståelse, uppmärksamhet och flexibilitet i tänkande och val av strategier.

Malmer (1999) menar att det inte är realistiskt att elever med dyslexi utvecklar kompetens i både skriftlig huvudräkning och räkning med standardalgoritmen, inte minst med tanke på den begränsade tid som finns till förfogande för lärande i matematik i skolan. Hon betonar att om eleverna arbetar med skriftlig huvudräkning är det viktigt att föräldrar blir informerade och införstådda med vad denna redovisningsform innebär så att de kan stötta sina barn med hemläxorna.

Miniräknaren

Miniräknaren är ett kraftfullt redskap som gör det möjligt för elever i läs- och skrivsvårigheter att uppleva att de lyckas med problemlösning i matematik. Elevernas kompetenser inom olika matematiska områden kan vara väl utvecklade samtidigt som deras aritmetiska kunskaper är begränsade. Genom att de får göra beräkningar med hjälp av miniräknaren kan eleverna arbeta med mer komplexa matematiska problem och i stora talområden (Henderson & Miles, 2001). Det kräver självklart att eleverna är förtrogna både med miniräknaren och med räknesätt och vet när och varför de är lämpliga att använda i skilda situationer. När eleverna kan ägna sin uppmärksamhet åt själva problemlösningen och låta miniräknaren sköta beräkningarna upplever de att de förstår mer komplexa situationer och de stimuleras till att våga ge sig i kast med mer avancerade matematiska problem. En del elever behöver mycket övning för att lära sig att läsa miniräknaren rätt och för att trycka på rätt tangenter så att siffror som 6 och 9 eller 2 och 5 inte förväxlas eller tex minustecknet och

tecknet för division. Eleverna måste lära sig att översätta verbalt språk till matematiska uttryck på ett korrekt sätt så att alla symboler matas in i rätt ordning. Lärare måste försäkra sig om att eleverna förstår likhetstecknets innebörd och hur det används.

Chinn & Ashcroft (1998) påpekar att elever med dyslexi som har svårt att automatisera tabeller och lägga talfakta i långtidsminnet självklart ska arbeta med att utveckla sådan kunskap, men att det inte får innebära att eleverna ägnar all tid åt sådant arbete och därmed hålls kvar på en begränsad nivå i lärandet. Genom att miniräknaren snabbt och säkert utför rutinberäkningar, kan elevernas koncentration och tankar även inriktas på andra delar av problemlösningsarbetet som att:

- tolka och översätta problemet till egna ord
- göra upp en plan
- bestämma räknesätt
- genomföra planen och låta miniräknaren göra de uträkningar som är nödvändiga
- bedöma rimligheten i svaret. Ju mer miniräknaren kommer till användning desto skickligare måste eleverna vara på att bedöma uppgifters lösningar
- bedöma lösningen i förhållande till det ursprungliga problemet.

Eleverna kan också använda andra redskap som tex att rita en bild eller figur, gissa och pröva, lösa ett enklare problem först, göra upp en tabell eller ett diagram, använda laborativa materiel eller modeller. En fördel med miniräknaren är att eleverna kan arbeta inom stora talområden och med "verklighetens siffror" (Emanuelsson m fl, 1996). Detta är viktigt för elevernas självkänsla då de får erfarenhet av att de förstår och behärskar andra delar av matematiken även om det är svårt med automatiseringsprocesser. Senare ger vi flera förslag på hur miniräknaren kan användas som metodiskt hjälpmedel.

Uppskattning

Att kunna göra uppskattningar är en värdefull kompetens inte bara i skolarbetet utan framför allt utanför skolan. Henderson & Miles (2001) menar att många elever i svårigheter är ovilliga att försöka göra uppskattningar eftersom de ofta har fullt upp med att göra tidskrävande beräkningar. Att göra uppskattningar och rimlighetsbedömningar kräver dessutom omvärldskunskap och erfarenheter som eleverna kanske saknar. Här har undervisningen ytterligare en viktig uppgift. Om eleverna får möjlighet att göra undersökningar, handskas med verklighetens siffror i samband med problemlösning, uppskatta och göra överslagsberäkningar

kommer de snart att märka att de blir skickligare och kan också upptäcka fördelar med denna viktiga kunskap även inom andra områden där miniräknaren inte används.

Tal i bråkform, decimalform och procent

Om elever vant sig vid att arbeta med tal och procedurer som är relaterade till varandra kommer utvidgningen i undervisningen till procent, tal i bråkform och tal i decimalform att återspegla välbekanta mönster och idéer om hur man kan representera tal och operera med dem (Anghileri, 2000). Om eleverna inte ser samband och mönster kommer de däremot att uppleva att de ständigt ska lära sig nya symbolsystem och nya regler som saknar relevans och mening.

Traditionellt startar man ofta i undervisningen med tal i bråkform och utvidgar sedan området till att omfatta tal i decimalform och procent. Anghileri (2000) menar att det kan vara enklare för eleverna om undervisningen tar sin utgångspunkt i procentbegreppet eftersom eleverna ofta har erfarenheter av detta i sin vardag. Procentuttryck kan representeras som tal i bråkform, t ex är 27 % lika med 27/100. Eleverna har ofta erfarenheter av att 99 % är nästan allting och att 50 % är hälften av någonting. Sådan informell kunskap kan bidra till förståelse för likvärdiga uttryck i bråk- och decimalform särskilt om eleverna får utgå från kända referenspunkter som 50 %, 25 % och 10 %.

Löwing & Kilborn (2002) betonar betydelsen av att elever förstår och kan hantera tal i bråkform eftersom det bl a är en förutsättning för att konkretisera en rad algebraiska operationer. De menar att svårigheter som lärare upplever av att undervisa om bråk har lett till en nedtoning i viss mån av att elever ska lära sig tal i bråkform vilket i sin tur har lett till svårigheter för elever att lära sig multiplicera och dividera tal i decimalform. De påpekar att decimaltal är en speciell form av bråk och att reglerna för decimaltalsräkning enklast härleds med hjälp av bråk.

En källa till felaktiga lösningar i samband med tal i decimalform är decimaltecknets placering. Det är vanligt att eleverna inte ser det, ser det men ignorerar det, glömmer att skriva ut det eller att trycka in det på miniräknaren, läser talet korrekt men trycker in ”0” istället (Henderson & Miles, 2001). Enligt Mölleheds undersökning (2001) beror elevers felaktiga lösningar vid problemlösning bl a på att eleverna inte förstått nollans betydelse och innebörder i tiondelar och hundradelar utan anger t ex 10,05 som lika med 10,5. Innebörden i decimaltecknet misstolkas av några elever och 13,5 uppfattas t ex som 13+5 eller 1,5 som 1 1/5. Eleverna behöver mycket praktisk erfarenhet och det kan vara viktigt att de läser talen högt och korrekt innan de skriver dem eller matar in tal i miniräknaren. Att ta hörseln till hjälp kan hjälpa eleven att uppfatta och bli medveten om de aktuella talens struktur och innebörd (Henderson & Miles, 2001).

Att lära med förståelse

Carpenter & Fennema et al. (1999) påpekar att lära sig *räkneoperationer* och utveckla *matematisk begreppslig förståelse* ofta har setts som två konkurrerande områden. Det är, menar de, knappast varken nödvändigt eller fruktbart att välja mellan färdigheter och förståelse då båda är viktiga. För att utveckla färdigheter, upprätthålla dem och för att kunna använda dem vid problemlösning måste de läras med förståelse. Kritiska färdigheter kan också understödja utvecklingen av begreppslig förståelse. Sådana kunskaper som vanligtvis anses som grundläggande räknefärdigheter (tex addition och subtraktion inom talområdet 1–100) är en god utgångspunkt för att utveckla förståelse för fundamentala talbegrepp. Löwing & Kilborn (2002) delar också upp begreppet kunskap i två delar, *kompetens* och *färdighet*. Kompetensen består, tex när det gäller areamätning, i att förstå hur många enheter, tex rutor av storleken 1 cm^2, som behövs för att täcka en viss yta. Ur konkreta övningar av det slaget kan man successivt härleda hur man bestämmer tex parallellogrammens area. Även om eleven förstår själva begreppet (kompetensen) så måste hon också behärska de numeriska operationer (de färdigheter) som krävs för att komma fram till en korrekt lösning på den aktuella uppgiften. Ju längre elever i allmänhet kommit inom kompetensnivån desto längre har de också kommit inom färdighetsnivån. Läromedel brukar också vara anpassade efter dessa förhållanden så att svårighetsnivån inom de båda delarna följs åt inom olika områden. Men om en elev har kommit längre inom kompetensnivån än färdighetsnivån och hela tiden möter uppgifter som kräver mer på färdighetsnivån än vad eleven klarar av, är risken att eleven tappar modet och tror att det är det aktuella begreppet hon inte förstår. Löwing & Kilborn påpekar att detta leder till att vissa elever som egentligen har en god kompetens inom olika områden kan slås ut och bli lågpresterande p g a för högt ställda krav på färdighetsnivån.

Eftersom forskning om samband mellan läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik framhåller att det är just inom grundläggande aritmetik som svårigheter ofta uppstår för dessa elever ligger det nära till hands att de som grupp ligger i riskzonen för en sådan utslagning. Man kan omvänt också tänka sig att eftersom dessa elever ofta presterar lågt på enkla aritmetikuppgifter får de aldrig optimala möjligheter att utveckla kompetensnivån inom olika matematiska områden. Löwing & Kilborn föreslår att man individanpassar undervisningen genom ”aritmetikdopning”. Det innebär att eleven kan arbeta på en relevant kompetensnivå genom att man anpassar den numeriska informationen till elevens förutsättningar. En fördel med sådan individualisering är att den kan ske inom klassens gemensamma arbete i matematik, dvs man kan

göra gemensamma undersökningar och föra gemensamma samtal om det aktuella begreppet, medan beräkningsarbetet kan ske individuellt. Självklart är det viktigt att eleverna kontinuerligt arbetar med att utveckla sin förståelse både när det gäller kompetens och färdighet.

Carpenter & Lehrer (1999) beskriver ett utvecklingsarbete där man arbetat med fem mentala aktiviteter som bidrar till utveckling av matematisk förståelse:

Konstruera samband

Förskolebarn och nybörjare i skolan löser intuitivt en mängd olika problem som innefattar att föra samman, separera och jämföra antal genom att laborera med objekt. Utvidgningar av dessa tidiga former av strategier för problemlösning kan utgöra grunden för utvecklingen av matematiska begrepp som addition, subtraktion, multiplikation och division. Om undervisningen inte hjälper eleverna att bygga vidare på sina informella kunskaper är risken att de utvecklar två separata system av matematisk kunskap. Ett som de använder i skolan och ett som de använder utanför skolan. Carpenter & Lehrer menar att många elever inte störs av att de kommer fram till ett resultat när de räknar med papper och penna och till ett annat när de löser problem med hjälp av laborativt materiel eller på något annat sätt som de förstår. De inser inte att resultat som de kommer fram till genom att använda procedurer som de lär sig i skolan ska vara desamma som när de använder andra procedurer utanför skolan.

Utvidga och använda matematisk kunskap

Att utveckla förståelse innefattar något mer än att bara knyta ny kunskap till tidigare kunskap. Det innefattar också att skapa rika och integrerade kunskapsstrukturer. Det är just strukturering av kunskap som gör den möjlig att använda i olika sammanhang. När elever förstår kritiska samband mellan en mängd olika begrepp och processer har de större möjlighet att upptäcka hur deras existerande kunskaper kan relateras till nya situationer. Strukturerad kunskap är lättare att återskapa om man glömt den än rena minneskunskaper vilket är en särskilt kritisk punkt för elever med dyslexi. Att lära med förståelse innefattar att utveckla samband som återspeglar viktiga matematiska principer. Subtraktion med flersiffriga tal är relaterat till grundläggande begrepp om platsvärde, tal i bråkform är relaterat till begreppet division osv. Att lära med förståelse innefattar också att eleverna parallellt med att de utvecklar begreppslig förståelse också lär sig hur de kan använda sina kunskaper.

Reflektera över kunskaper

Reflektion innefattar en medveten undersökning av ens handlingar och tankar. Automatiserade processer och procedurer kräver lite av medveten reflektion. Reflektivt lärande innebär att eleverna medvetet utforskar den kunskap de tillägnar sig och på vilket sätt den är relaterad till vad de redan vet och till annat de lär sig. Men lärande innebär inte bara att relatera ny kunskap till annan kunskap utan också att det sker en omorganisering av sådant man redan vet. Att reflektera över vad man vet och hur man vet det, kan bidra till sådana omorganiseringar av kunskap.

Uttrycka kunskap

Att uttrycka och formulera sina kunskaper kräver reflektion som innefattar att kritiska idéer i en aktivitet lyfts ut så att de kan kommuniceras. Kunskaper som elever har och håller på att lära sig kan kommuniceras verbalt, skriftligt, med hjälp av bilder eller diagram osv. Det krävs mycket arbete och många erfarenheter för att eleverna ska utveckla förmåga att uttrycka sina idéer, särskilt när det gäller att göra överföringar till matematiska symboler och modeller.

Göra kunskap till sin egen

Elever kan inte utveckla förståelse enbart genom att lyssna, titta och utföra olika uppgifter. Ett övergripande mål för lärande är att eleverna vill och strävar efter att lära sig. Det innebär t ex att de reflekterar över de uppgifter och aktiviteter de deltar i när de arbetar med problemlösning och att de söker efter samband mellan nya idéer och kunskap som de redan har. Det innebär också att eleverna ser lärande som problemlösning där målet är att utvidga sina kunskaper.

Att välja rätt räknesätt

Möllehed (2001) påpekar att en vanlig orsak till att elever i årskurs 4–9 gör fel när de löser textuppgifter är att de inte förstår själva innebörden i texten vilket i sin tur kan leda till att de väljer fel räknesätt. Eleverna förstår inte de olika delarna i texten och deras inbördes sammanhang. Beräkningarna verkar vara slumpmässigt valda och är inte kopplade till innehållet i uppgiften. Många elever gör också fel som beror på att de har svårt att skilja räknesätten från varandra. Eleverna tycks ibland utföra godtyckliga beräkningar med de i texten angivna talen mer för att kunna ge ett svar än för att ha en lösningsmetod.

Vissa elever lär sig i skolan att utföra olika operationen på ett mekaniskt sätt när de löser numeriska problem och de närmar sig textuppgifter på ett ytligt plan. De letar t ex efter nyckelord i texten eller uppgiften som de hoppas ger en ledtråd till vilket räknesätt som ska användas. Talen

betraktas som isolerade och har egentligen ingen anknytning till sammanhanget som beskrivs i uppgiften. Goda läsare har en större benägenhet att konstruera mentala modeller av innehållet i textuppgifter än elever i läs- och skrivsvårigheter. De senare är mer benägna att fokusera på nyckelord och tal som ingår i texten, vilket ofta leder till att de väljer fel räkneoperation (Hegarty, Mayer & Monk, 1995). Trots att viss kunskap är relevant i många olika situationer och inom många områden framkallas den bara hos eleven inom begränsade kontexter så kallad inert knowledge problem (Whitehead, 1929). För att kunskap ska vara användbar måste den kunna aktiveras när den behövs och vid rätt tidpunkt (Bransford et al., 2000). Goldman et al. (1988) redovisar i en undersökning hur elever i läs- och skrivsvårigheter i tredje och fjärde klass vid problemlösning konsekvent använde sig av numerisk information som gavs i texten, men som var irrelevant för uppgiftens lösning. Eleverna fick textuppgifter som t ex:

– Tony åker buss till ett sommarläger varje år. 8 andra barn åker tillsammans med honom. Bussen kör 9 mil i timmen. Resan tar 4 timmar. Hur långt är det till sommarlägret?
– John står framför en byggnad. Byggnaden är 8 gånger så hög som John. John är 16 år gammal. Han är 170 cm lång. Hur hög är byggnaden?

Nästan alla elever i undersökningen närmade sig uppgiften på ett mekaniskt sätt istället för att försöka förstå innehållet i texten. Ett typiskt svar på den första uppgiften var t ex 8+9+4=21. På frågan varför eleven valt denna strategi svarade många att frågan *hur* (Hur långt är det till sommarlägret) signalerar att man ska utföra en addition. Detta var en typisk uppfattning som redovisades som grund för val av strategi i båda uppgifterna.

> *Eleven*: Jag såg byggnaden som 8 gånger så hög som John och då visste jag att jag skulle multiplicera.
> *Intervjuaren*: Vad multiplicerade du?
> *Eleven*: 170 och 16 och 8.

Trots att viss numerisk information var fullständigt irrelevant för problemets lösning använde eleverna i den nämnda undersökningen konsekvent sådan information. De visade en extremt låg förståelse för problemets innehåll. Många elever misslyckades med att relatera uppgifterna till erfarenheter de hade från vardagen och betraktade problemen på ett mekaniskt och isolerat sätt.

Johansson (1983) pekar på flera problem när det gäller att välja räknesätt. För det första är läromedlens traditionella textuppgifter i aritmetik konstruerade på ett sätt som skiljer sig mycket från vardagens problem som man löser med hjälp av aritmetik. Utanför skolan finns inga färdigformulerade textuppgifter. Över fruktdisken hänger inga skyltar med

frågor om hur mycket 3 kg äpplen kostar om ett kg kostar 14,90 kr. Vardagslivets matematik startar oftast i en situation där man själv får formulera sitt problem. Det finns heller inga kapitelrubriker som kan lotsa en fram till ett lämpligt räknesätt. Om eleverna inte förstår relationen mellan räknesätt och själva textproblemet är risken stor att de försöker bortse från sammanhanget i texten och istället hitta en ledtråd eller ett nyckelord som kan leda dem på rätt spår. Detta är dock en vansklig strategi bl a därför att problem som innehåller samma nyckelord kan leda till helt skilda räknesätt. Johansson ger följande exempel :

– En vara kostar 3 kr och en annan kostar 7 kr. Hur mycket kostar de *tillsammans*?

– Två varor kostar *tillsammans* 10 kr. Den ena varan kostar 3 kr. Hur mycket kostar den andra?

– Hur mycket är 7 % *av* 800 kr?

– 2 *av* 5 elever röker. Hur många av klassens 30 elever röker?

(s 11)

Vilket räknesätt som ska väljas har inte främst att göra med nyckelord i texten utan av problemets struktur. Detta är speciellt komplicerat när det räknesätt som leder till svaret inte direkt speglar vad som händer.

> Anders har 15 kr. Han köper en tennisboll. Vad kostar bollen om han efteråt har 7 kr kvar?
>
> (s 11)

Uppgiften löses tex genom att subtrahera 7 från 15. Men om eleven lärt sig att minus alltid betyder ”ta bort” blir det komplicerat eftersom Anders inte köper för 7 kronor. Johansson påpekar att en av de viktigaste uppgifter som matematiklärare har är att hjälpa eleverna utveckla förståelse för räknesättens innebörder.

Steeves & Tomey (1998) beskriver följande steg när eleven i läs- och skrivsvårigheter ska lära sig operationer kopplade till olika matematiska begrepp i alla åldersgrupper:

Konkret representation genom handling och genom att använda laborativt materiel. Detta hjälper eleven att bygga upp minnet, samtidigt som visualiseringen är ett stöd när minnet sviktar.

Illustration av problemet, t ex genom att eleven ritar bilder. Det här steget kan för vissa elever vara kort inom olika moment, men är viktigt för att börja överföringen från den konkreta till den mer abstrakta nivån.

Symboler introduceras när eleven förstår det grundläggande begreppet och kan göra kopplingen mellan den begreppsliga kunskapen och operationen.

Den *abstrakta* nivån innebär att eleven kan reflektera över begrepp utan att använda laborativt materiel, bilder eller symboler.

Steeves & Tomey citerad i LD OnLine (1998).

Undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier

Montague (1992, 1997) beskriver i några studier effekterna av undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier i samband med problemlösning i matematik bland elever i åk 4–9.

Instruktioner som ges i samband med specialundervisning i matematik begränsar sig ofta till läromedlens instruktioner tex: *Läs uppgiften, bestäm strategi för lösning, lös uppgiften och kontrollera lösningen*. Montague menar att sådana instruktioner knappast är till hjälp för en elev som dels inte har så många strategier i sin repertoar och dessutom saknar kunskap att avgöra vilken strategi som är lämplig att använda. Hon betonar att elever i svårigheter ofta behöver undervisning utöver den som läroboken kan bidra med. Hon menar också att enbart att vardagsanknyta problem i matematik inte är tillräckligt för att hjälpa dessa elever att utveckla en god problemlösningsförmåga i matematik. De behöver undervisning om problemlösningsstrategier. Svårigheter att skapa inre representationer av innehållet i ett problem och att hämta talfakta från långtidsminnet medför i sin tur svårigheter att överföra språklig och numerisk information till matematiska ekvationer och operationer. Som ett resultat av detta hemfaller eleverna ofta åt trial-and-error strategier och irrelevanta beräkningar.

I ett undervisningsexperiment utgick man från sju strategier som eleverna fick explicit undervisning i och om. De strategier eleverna arbetade med var:

1: Läs texten högt
2: Översätt till egna ord
3: Visualisera innehållet
4: Gör en hypotes
5: Uppskatta
6: Beräkna
7: Kontrollera lösningen

Läraren resonerade ingående med eleverna om vad varje strategi innebar. De löste olika textproblem tillsammans och resonerade om hur strategierna kunde användas och varför de olika strategierna var meningsfulla.

Eleverna fick ge motiveringar till varför de skulle läsa texten högt, varför de skulle visualisera innehållet genom att rita bilder, ställa hypoteser osv. Man förde samtal om att goda problemlösare förklarar innehållet för sig själv, ställer frågor till sig själv och gör uppskattningar. Läraren berättade, visade och resonerade med eleverna om hur hon arbetade med att lösa uppgifter och därefter var det elevernas tur att göra samma sak. Man diskuterade elevers olika lösningsförslag, val av strategier och motiveringar till dessa.

Resultaten visade att undervisning som enbart handlade om kognitiva strategier inte var tillräcklig effektiv. Det var just kombinationen av kognitiva och metakognitiva strategier samt lärarens explicita undervisning genom samtal och modellering som hjälpte eleverna att utveckla sin förmåga.

Trots de positiva resultaten visade det sig i uppföljande studier att en del elever inte bibehöll sin metakognitiva kompetens över tid vilket innebar att de inte kunde generalisera sina kunskaper i nya problemsituationer. Detta menar Montague (1997) aktualiserar frågan om hur undervisningen i matematik i samband med textproblem kan förbättras och utvecklas vidare med hänsyn till elevers ålder, utvecklingsnivå, kompetens i läsning och matematik, motivation, intresse och tidigare erfarenheter av problemlösning. En idé som framförs är att om elever i lässvårigheter även får arbeta med mer varierande problem, tex ”öppna frågor”, kan det underlätta för dem att våga använda sin egen fantasi och kreativitet för att skapa representationer av innehållet.

Att våga göra fel

Elever som lärt sig vissa strategier vid problemlösning, kan ibland fixera sig vid och hålla fast vid dessa strategier, trots att de egentligen inte är de bästa användbara. Att lösa matematiska problem kräver kognitivt mod och tillit till den egna förmågan, för att man ska våga ta risken att göra fel. Ett öppet och tillitsfullt klimat i undervisningen i matematik torde därför vara av största värde. Henderson (1998) betonar vikten av att elever med dyslexi får den anpassade hjälp de behöver både i klassundervisning och i enskild undervisning. En elev som inte bara kämpar med att förstå matematiska begrepp, utan också har språkliga svårigheter och ett begränsat arbetsminne har inte så lätt att förklara sina tankegångar och att ställa relevanta frågor i en stor grupp. För dessa elever kan möjligheten att i en tillitsfull relation tillsammans med en lärare få klargöra sina frågor och ingående resonera om sina tankar och idéer om matematik leda till flera positiva resultat. När elever upplever att de kan och förstår viktiga begrepp kan de dra nytta av detta också i klassrumsundervisningen. Det är därför viktigt att det finns ett gott samarbete mellan klasläraren och specialpedagogen både om innehåll och arbetssätt i all undervisning med elever i behov av särskilt stöd. Dessutom menar hon

att när elever märker att de kan och förstår matematik smittar detta ofta av sig även på andra ämnen. Elevers självförtroende ökar och de inser att framsteg även inom andra områden är möjliga.

Öppna uppgifter

Foong & Koay (1998) beskriver en undersökning i Singapore som visar elevers svårigheter att se matematiska problem i skolan som meningsfulla. För elever i läs- och skrivsvårigheter är det särskilt viktigt att undervisningen i matematik hjälper dem att knyta an innehållet i uppgifterna till sina tidigare kunskaper och erfarenheter eftersom de har speciella svårigheter att skapa en inre representation av problemet som i sin tur ska hjälpa till att välja lämplig strategi. Foong & Koay ger exempel på öppna uppgifter hämtade från vardagen:

> Hur mycket skulle det kosta om hela skolan skulle åka på dagsutflykt till Sentosa?
>
> (s 9)

Formuleringen av ett sådant problem ger inga ledtrådar om räknesätt och det finns många tänkbara svar. Eleverna måste ta hänsyn till situationen och använda den bakgrundskunskap de har. Texten ställer inte heller krav på avancerad läsförståelse varför elever i lässvårigheter kan fokusera på matematiken i uppgiften. Genom lärarledda samtal kan de tillsammans med kamrater diskutera vad de vet och vilka kunskaper och erfarenheter de har nytta av i sammanhanget – och vad de inte vet som de behöver ta reda på.

Ellerton & Clarkson (1996) redovisar tre olika typer av öppna problem:

> – Problem där startsituationen är sluten och målsituationen är öppen.
> – Problem där startsituationen är öppen och målsituationen är sluten.
> – Problem där både start- och målsituationer är öppna.
>
> (s 998)

De betonar att forskning om huruvida ”open ended questions” leder till att elever över tid finner fler alternativa lösningar på problem, kommunicerar mer med kamrater, utvecklar ett divergent tänkande, aktiverar sin egen kunskap osv måste utvärderas mer noggrant.

Löwing & Kilborn (2002) påpekar att lärare måste ha klart för sig *syftet* med att eleverna ska lösa ett speciellt problem (eller en räkneuppgift i boken) och att eleverna får arbeta målinriktat. Ett syfte kan tex vara att eleverna ska förberedas att senare i vuxenlivet kunna behärska problemlösning för att fullgöra sina skyldigheter och ta till vara sina rättigheter i samhället. De påpekar vidare att om man vill göra eleverna

till goda problemlösare kan man inte lämna dem att lära helt på egen hand. Lärarens uppgift är att utmana, uppmuntra och successivt höja ambitionsnivån. De ger följande exempel på olika typer av problem:

> Enkla enstegsproblem, flerstegsproblem, öppna problem, vardagsproblem av rutinkaraktär, mer komplicerade vardagsproblem, problem för att introducera ett nytt moment, problem för nöjes skull.
>
> (s 246)

Löwing & Kilborn menar att lärare också måste fundera över vilka lösningsmetoder man vill lyfta fram i olika sammanhang, tex "gissa och pröva", "använda tabell eller diagram" osv. Arbetsformerna bör också anpassas både till syftet med problemet och val av lösningsmetoder.

Resultaten av Montagues (1997) studier visar att trots att eleverna kan lära sig olika strategier och använda dem effektivt i en specifik situation har de svårt att generalisera sina kunskaper och de kan endast använda strategierna i specifika problemsituationer. Ett problem för en del elever är att de endast lär sig några få strategier. Om eleverna får fortsatt tydlig och strukturerad undervisning i och om strategier och får pröva och diskutera när och hur olika strategier kan användas för att lösa olika typer av problem är det möjligt att det kan bidra till en bättre förmåga att generalisera sina kunskaper i nya okända situationer. Det är i varje fall ett grepp väl värt att pröva i praktiken.

Sammanfattning

Lärande i och om matematik handlar bl a om en förväntan att tal och resultat har betydelse och mening och innefattar en övergripande förståelse för tal och operationer parat med förmåga, färdigheter och lust att använda denna förståelse på olika sätt. Lärarens roll är mycket viktig för att elever ska utveckla god taluppfattning. Det är betydelsefullt att eleverna får arbeta muntligt och laborera med åskådligt materiel, kommunicera och knyta an till tidigare erfarenheter för att utveckla abstrakt tänkande. En poäng med laborativt materiel är att det ska hjälpa eleverna at utveckla förståelse för en matematisk idé t ex vårt positionssystem. De måste då utveckla förståelse för alla delbegreppen. Elever som har ett begränsat arbetsminne måste uppmärksammas särskilt eftersom de riskerar att fastna i långsamma, ineffektiva och osäkra strategier baserade på uppräkningar med hjälp av själva materielet. Minräknaren är ett kraftfullt redskap både för att eleverna ska kunna arbeta med problemlösning med verklighetens siffror och tal och som metodiskt hjälpmedel för att utveckla taluppfattning.

Några punkter som kan vara speciellt kritiska för elever med dyslexi är symbolernas funktion, generalisering, verbal information, minne och grundläggande talfakta samt riktning.

Förskolan spelar en särskilt viktig roll för barn med annat modersmål eller barn som inte får så många erfarenheter hemma av att använda räkneramsan i lekar och spel, eller lösa problem i vardagen med anknytning till matematik. Flera forskare visar att det är vanligt att elever närmar sig läroboksuppgifter på ett mekaniskt sätt där de bortser från innehållet i texten och avstår från att koppla det till egna erfarenheter och kunskaper och får därför svårt att välja lämpligt räknesätt. En annan orsak till felaktiga val av räknesätt är att eleverna saknar förtrogenhet med räknesättens innebörder. Montague (1997) har genomfört en studie där elever fått undervisning i kognitiva och metakognitiva strategier för problemlösning och problemlösningsstrategier. Resultatet var positivt men Montague betonar att ytterligare diskussioner om hur undervisningen i matematik kan utvecklas, bl a med hänsyn till elevernas kompetens i läsning, krävs för att elevernas kunskaper ska bli bestående över tid. Ett sätt att möta elevers mekaniska sätt att närma sig textproblem kan vara att även arbeta med sk öppna frågor. Elevernas aktiva deltagande i lärandeprocessen, att sätta mål och att utvärdera sitt lärande är viktigt liksom ett öppet och tillitsfullt klimat i undervisningen där det är tillåtet att göra fel.

Lässvårigheter och lärande i matematik

Läsinlärning

Skriftspråk och matematik har flera gemensamma kännetecknen (Joffe, 1983). Båda är universella språk som består av godtyckliga representationssystem, uttryckta i symboler. Bokstäverna "e-l-e-f-a-n-t" ger inte någon idé om ett stort grått djur med en snabel och siffran 5 ger inte heller någon indikering på en "5-het". Båda systemen är hierarkiskt uppbyggda, sekventiella, omgivna av regler och logik. Båda hjälper till att överföra information, underlättar kommunikation och innefattar regelbundenhet.

I forskning om grundläggande inlärning i läsning och aritmetik har man länge observerat att det finns likheter mellan dessa områden (Casto et al., 1996; Geary, 2000; Kulak, 1993; Pearn, 1997). Elevers förmåga att observera och flexibelt handskas med de enheter som ingår i tal är av avgörande betydelse för att utveckla grundläggande taluppfattning (Geary, 1994, 2000; Neuman, 1989). När det gäller att lära sig att läsa finns det en liknande relation mellan delar och helheter i språket. Elever måste bli medvetna om att ord går att dela upp i mindre byggstenar, fonem (Lundberg, Frost & Petersen, 1988).

Nybörjarläsaren förlitar sig i första hand på den fonologiska informationen för att känna igen ord och avkodar orden genom att ljuda. Med stigande ålder och erfarenhet går läsaren över till direkta ortografiska processer för att känna igen vanliga högfrekventa ord. Vid ortografisk läsning utnyttjar läsaren både hela ord och morfem som enheter i avkodningsprocessen (Høien & Lundberg, 2000). Ordet sockerkaka består av morfemen socker och kaka och ordet bollar består av morfemen boll och ar. Genom att utnyttja större enheter och hela ord automatiseras ordavkodningen och läsaren får flyt i läsningen. När läsaren ska avkoda lågfrekventa eller främmande ord används emellertid ibland fortfarande den fonologiska informationen som bokstäverna ger.

Grundläggande aritmetik

När eleverna ska lära sig dela upp de tio första hela talen använder de till att börja med olika räknestrategier och behöver ofta ta hjälp av sina fingrar för att tex se att talet tio kan bestå av 5+5, 6+4, 7+3 osv. Så

småningom automatiserar de sådan kunskap och de kan vid behov hämta talfakta direkt ur långtidsminnet.

Övergången från räknestrategier till automatisering är begreppsmässigt lik övergången från fonologisk analys till ortografisk ordigenkänning vid läsning. Inlärningen börjar inom båda områdena med en relativt ansträngande strategi – fonologisk analys vid läsning och räkneprocedurer i aritmetik. Med erfarenhet ersätts ansträngande procedurer med automatiserade processer som kräver lite uppmärksamhetsresurser, dvs ortografisk ordavkodning vid läsning och automatiserade processer i aritmetik. Automatisering på dessa områden är viktig eftersom eleven då i huvudsak kan ägna sina mentala resurser åt förståelse av textens innehåll vid läsning och matematisk problemlösning.

En del elever använder omogna strategier och gör många fel när de ska genomföra en matematisk procedur (Geary, 1993, 2000). Geary påpekar att det kan vara särskilt svårt vid problemlösning som kräver att man arbetar och gör beräkningar i flera steg för att komma fram till en lösning. Vissa elever håller under lång tid fast vid strategier där de använder fingrar, åskådligt materiel eller räknar högt. Ibland verkar detta handla om en långsam inlärning och efter ett par år i skolan kan många av dessa elever hämta talfakta från långtidsminnet. Ostad (1999) påpekar att vissa elever håller fast vid omogna strategier pga brister i undervisningen. De får inte tillräcklig hjälp att utveckla sina strategier från räknande till strukturering och till att använda formella strategier som bl a innebär att man hämtar många talfakta från långtidsminnet.

För andra elever verkar svårigheten att lägga talfakta i långtidsminnet ha att göra med en *annorlunda* utveckling. En primär svårighet för elever med dyslexi har att göra med fonologisk uppmärksamhet och förmågan att segmentera ord, samt att hämta ord ur långtidsminnet. Sådana svårigheter rör också auditivt minne och verkar ha en hög grad av ärftlighet (Olson et al., 1989; Høien & Lundberg, 2000). Kognitiva studier tyder på att representationer av aritmetiska fakta i långtidsminnet stöds av samma fonologiska och semantiska minnessystem som är kopplat till ordavkodning och läsförståelse (Geary, 2000). Om detta verkligen är fallet, menar Geary, kan de störda fonologiska processer som bidrar till lässvårigheter också vara grunden för svårigheter att hämta talfakta ur långtidsminnet. Det kan vara källan till sambandet mellan vissa matematiska svårigheter och lässvårigheter.

Forskningen om lässvårigheter har på senare tid allt mer börjat uppmärksamma automatiseringens betydelse. Det förefaller som om många elever med dyslexi har särskilt stora problem med snabb och automatiserad informationshantering. Detta problem gäller inte bara läsning utan kan också sträcka sig till andra områden. I matematiken måste många viktiga delfunktioner vara högt automatiserade så att all mental energi kan användas på högre funktioner. Bristfällig automatisering av elementära funktioner kan ha stora negativa effekter (Wolf, 2001).

Fonologiska svårigheter

Montis (2000) påpekar att äldre elever i grundskolan som har svårigheter i matematik oftast anses omöjliga att lära matematik. En del försök görs att försöka kartlägga orsaker till svårigheterna och utifrån teorier om lärande skapa en undervisningsstrategi anpassad till elevers individuella behov. Ett vanligt problem tycks vara att dessa strategier sällan används i klassrumsundervisningen. Följden blir att vissa elever ger upp och helt enkelt slutar försöka förstå. Montis menar att lärare måste vara medvetna om sina elevers starka och svaga sidor och hur detta påverkar lärandeprocessen. Hon beskriver i en studie ett försök att anpassa undervisningen till en elev som bedömts vara i stora läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Flickan som kallas Kay var 12 år gammal, mycket arbetsam och med en stark önskan att lära sig. Studien beskriver hur Kay genom en väl strukturerad och genomtänkt specialundervisning, där läraren ansträngde sig för att förstå flickans komplicerade inlärningssituation, fick hjälp att utveckla sitt kunnande i matematik.

Montis (2000) beskriver Kays fonologiska svårigheter som innebar att hon uppfattade ljuden i talat språk på ett diffust sätt. När man läste berättelser i klassen kunde hon missuppfatta innehållet eftersom hon uppfattade och tolkade en del ord felaktigt. *The red Coats* uppfattade hon tex som *the red colt* och i matematikundervisningen var hon mycket förvirrad över ord som *femton, femtio* och *femtedel* eftersom de lät ungefär likadant. Eftersom Kay uppfattade tex *fem, femtio* och *femtedel* som samma ord var det inte lätt att lära sig dessa begrepp. Hennes begreppsliga förståelse var oflexibel och knuten till en speciell åskådlig modell eller representation. I en viss undervisningssituation kunde hon namnge bråktal men inte i en annan liknande situation. Kay kunde efter en tids arbete verbalt uttrycka ”fem halva” och relatera detta till åskådligt materiel både som fem halva och två hela och en halv. Däremot tog det lång tid och krävde ett mödosamt arbete innan hon kunde överföra dessa uttrycksformer till skrivna symboler. Kay kämpade länge med att göra överföringar mellan olika representationer. Hennes fonologiska problem komplicerade processen att etablera meningsfulla kopplingar mellan åskådliga modeller och talade och skrivna symboler eftersom hon inte kunde lita på sin uppfattning om överensstämmelse i talat språk. För varje ny representation eller uttrycksform som Kay lärde sig måste hon också specifikt koppla denna till varje annan representation som hon hade erfarenhet av sedan tidigare (Montis, 2000). Genom att Kay fick möjlighet att ingående resonera om sina uppfattningar av begrepp, ord och sätt att tänka lärde hon sig så småningom att förstå och uttrycka begrepp knutet till tal i bråkform.

Chinn (1998) betonar vikten av att lärare och specialpedagoger kartlägger elevers starka och svaga sidor och individuella sätt att lära. Åtgärdsprogram måste anpassas till elevens förutsättningar och behov och till

den matematik, läsning och skrivning som de ska arbeta med både i klassundervisning och undervisning enskilt eller i mindre grupper.

Långtidsminne och arbetsminne

Elever som behärskar enkel aritmetik kan hämta alla basala fakta direkt från långtidsminnet utan några fel. Denna kompetens är mycket viktig eftersom den underlättar utvecklingen av mer komplexa matematiska kompetenser (se tex Kilborn, 1979). Sannolikheten för att elever ska kunna hämta talfakta i långtidsminnet ökar ju mer erfarenhet eleven har av att lösa sådana uppgifter. Upprepad användning av en räknestrategi leder till utveckling av associationer mellan uppgiften och svaret. För att användning av en räknestrategi ska leda till konstruktionen av en representation i långtidsminnet mellan en additionsuppgift och ett svar måste båda termerna lika väl som summan vara aktiva i arbetsminnet samtidigt (Geary, 1993). Hur många tal som kan hållas aktiva i arbetsminnet beror på hur snabbt eleven kan bestämma summan. Vid en låg hastighet finns risken att representationen av det första talet har tynat bort innan eleven har kommit fram till lösningen. Eleven kan naturligtvis ändå komma fram till ett korrekt svar genom att använda någon räknestrategi, tex ta hjälp av fingrarna, men svaret kommer knappast att associeras med de ingående talen. Detta innebär att representationer av aritmetiska fakta i långtidsminnet är beroende av både vilka strategier eleven använder och hur lång tid det tar att utföra dem. Ostad (1999) påpekar att associationer inte endast skapas mellan en uppgift och ett korrekt svar utan också mellan en uppgift och ett felaktigt svar.

Svårigheter med matematik förvärras av brister i det verbala arbetsminnet (Passolunghi & Siegel, 1999). Arbetsminnet måste tex fungera effektivt för att man ska komma ihåg innehållet i en fråga, summan av en beräkning, talfakta etc. Detsamma gäller när man läser och stavar och när man ska avkoda ord noggrant och konsekvent. Korttidsminnet spelar också en stor roll i människors vardagsliv tex när man ska följa instruktioner eller hänvisningar av olika slag.

Chinn (1998) påpekar att ett begränsat arbetsminne kan skapa många typer av svårigheter och har ett starkt inflytande över hur elever handskas med tal. En elev som tex ska beräkna summan av 9+6 och inte kan hämta fram svaret ur långtidsminnet använder sig kanske av strategin ”räkna alla”. En sådan strategi kan överbelasta minnet och risken finns att eleven inte kommer ihåg något av de ingående talen när hon väl kommit fram till en lösning, vilket medför att inga associationer bildas mellan de ingående talen och summan. Elever som vant sig vid att ställa upp tal i additions- och subtraktionsalgoritmer använder kanske samma strategi vid huvudräkning. En elev som tex ska addera 47+78 i huvudet måste i så fall hålla de ingående talen i minnet. Förmodligen räknar hon först 7+8, försöker komma ihåg 5 och 1 i minne, kommer i bästa fall ihåg

att hon ska addera 4+7 och minnessiffran, räknar ut 4+7+1, minns 5 och lägger samman alltsammans i en sekvens. En strategi som uppenbarligen är omständlig och minneskrävande för de flesta elever oavsett om de har läs- och skrivsvårigheter eller inte. Ett begränsat arbetsminne kan göra att elever har svårt att komma igång med uppgifter efter att läraren gett instruktioner. De kanske helt enkelt har glömt det mesta av lärarens instruktioner speciellt om de av något skäl blivit distraherade.

Ett annat problem som har med arbetsminnet att göra är förekomsten av störande intrång (Passolunghi & Siegel, 1999). Det innebär att eleven vid problemlösning håller sådan information i minnet som var nödvändig i den inledande processen, men som sedan måste sorteras bort. Detta kommer då att störa och konkurrera med sådan information som är aktuell för tillfället. Det kan också innebära att när eleven ska hämta fram fakta ur minnet blir det ofta fel. När eleven tex ska hämta svaret på uppgiften 2+5 associeras talen till näraliggande tal som 3 och 6 (Geary, 1993). Tiden det tar att komma fram till en lösning är mycket varierande. Processer som används för att komma fram till en lösning är effektiva om irrelevanta fakta hindras att tränga fram till arbetsminnet. I annat fall kommer arbetsminnets kapacitet att sänkas pga konkurrerande information.

Matematiskt kunnande, förståelse eller gott minne?

Enligt West (1997) finns det en rad framstående matematiker, vetenskapsmän och uppfinnare som har haft tydliga tecken på läs- och skrivsvårigheter tex: Faraday, Maxwell, Poincaré, Edison och Tesla. Albert Einstein med en uppskattad IQ på 200 misslyckades i skolmatematik i huvudsak därför att han hade ett icke verbalt sätt att tänka och inte kunde memorera fakta.

Steeves (1983) har i en intressant studie försökt klarlägga varför elever med dyslexi som verkar ha matematisk kompetens inte presterar lika bra inom matematikens alla områden som elever utan dyslexi med samma förutsättningar. Steeves beskriver en pojke i årskurs 4 som under en matematiklektion skulle göra en tredimensionell modell. Läraren delade ut millimeterrutat papper och inom en tidsrymd av högst 12 sekunder utropade pojken att det fanns 28000 små rutor på hans papper, vilket också var korrekt.

Pojken läste och stavade vid den här tiden på en nivå motsvarande årskurs 2. På ett standardiserat aritmetiktest hade han nyligen visat att han presterade på medelnivå för årskurs 4. I undervisningssituationer var det däremot uppenbart att den här pojken presterade mycket högre när det gällde abstrakta resonemang, spatiala färdigheter och problemlösning. Varför presterade han då på medelnivå i standardiserade tester i aritmetik? Steeves svarar själv att pojken inte fick möjlighet att visa sina begreppsliga kunskaper i testen. Han gjorde fel på enkla algoritmer och

räkneprocedurer. I en intervju uttryckte pojken själv att han hade svårt att *minnas* olika saker.

Vi har tidigare framhållit det bristfälliga fonologiska arbetsminne som utmärker många elever i lässvårigheter och som försvårar deras förmåga att lära in nya ord. Denna funktionsnedsättning tycks alltså spela en roll också för räkneförmågan. Hög prestation i logiskt tänkande och förmåga att resonera abstrakt kombinerat med låg prestation vad gäller minnesförmåga kan vara tecken på en matematiskt kompetent elev i lässvårigheter i behov av ett individanpassat matematiskt så väl som språkligt undervisningsprogram.

Även om det inte finns några bevis för att förmåga att hålla kvar fakta i minnet kan tränas upp, är det möjligt att man kan underlätta för elever genom det sätt på vilket man presenterar information, och på hur man organiserar och strukturerar innehållet i undervisningen för att eleverna ska kunna ska kunna lägga fakta i långtidsminnet.

Forskning visar att det inte alltid är så att elever i lässvårigheter upplever svårigheter även i matematik. Steeves (1983) menar att läsförmåga alldeles för ofta betraktas som synonymt med begåvning och att risken finns att man antar att elever i lässvårigheter inte kan prestera bra inom något annat kognitivt område. Men förmågan att avkoda text är inte knutet till begåvning. Många studier visar att korrelationen mellan intelligens och ordavkodningsförmåga inte brukar vara högre än +0,30 dvs endast 9 % av gemensam varians (Høien & Lundberg, 2000) vilket innebär att avkodningsförmåga inte kan betraktas som synonymt med intelligens.

Om elever inte möts utifrån sina behov i undervisningen är risken att de upplever frustration och att de underpresterar eller tom lämnar skolan (gymnasiet). Elever med dyslexi som redan underpresterar på det språkliga området blir dubbelt handikappade om deras matematiska kunnande och intressen inte uppmuntras och utvecklas. Om räknefärdigheter i huvudsak avgör om en elev gör framsteg i matematik, som ju innefattar bl a logiskt tänkande och problemlösning, kommer många potentiellt goda och kreativa matematiker i onödan hindras från att använda sina talanger fullt ut.

En viktig slutsats av Steeves studie är att dyslektiska problem kan ha en negativ inverkan på förmågan att klara räkneuppgifter utan att förmågan att resonera abstrakt och att lösa problem är påverkad.

Sekvensering

Förmågan att kunna hämta talfakta snabbt och så gott som automatiskt från långtidsminnet underlättar när man gör beräkningar. De flesta elever med dyslexi har svårt att lära sig tabeller och de som klarar detta kan ofta endast använda dem om de startar från tabellens början varje

gång (Miles, 1992). De verkar inte ha någon känsla för talens ordning i sekvenser. Att känna igen och komma ihåg talsekvenser är en användbar kompetens i matematik (Chinn, 1998). Vissa elever lär sig sekvenser som 10, 20, 30, 40 osv, men känner inte igen variationer som 12, 22, 32, 42. Man kan inte ta för givet att elever utan undervisning, på egen hand utvecklar kunskaper om sådana relationer och mönster.

Visuospatiala svårigheter

Visuospatiala svårigheter har att göra med problem att hålla reda på talkolumner och att man roterar siffror som 6 och 9 eller 3 och 5. Operationstecken som +, ÷ och – kan vara förvirrande och sammanblandas, speciellt om de är slarvigt skrivna (Geary, 2000). Uppgifter på arbetsblad eller i elevens matematikbok kan vara svåra att hålla isär om det är väldigt många uppgifter skrivna tätt tillsammans. Sammanblandningar sker också när det gäller siffrors platsvärde i vårt positionssystem. Russell & Ginsburg (1984) fann tex att elever i årskurs fyra som ansågs ha matematiksvårigheter gjorde fler fel än sina kamrater med motsvarande IQ, utan matematiksvårigheter på komplexa aritmetiska uppgifter som tex 34x28. Felen berodde ofta på felskrivningar i samband med delanteckningar eller fel som uppstod när eleverna skulle växla och låna från en kolumn till en annan. Problemet kunde inte hänföras till brister i deras begreppsliga förståelse.

Några erfarenheter av undervisning

Chinn & Ashcroft (1998) har under många år undervisat elever med dyslexi. De berättar att när de lämnade den allmänna matematikundervisningen för att börja undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter, trodde de att eleverna skulle lära sig matematik på ungefär samma sätt som alla andra elever.

> Over the last 12 years we have accumulated experiences, tried out new ideas, researched, read what little material was available, studied in the USA, and have become convinced that difficulties in mathematics go hand in hand with difficulties in language and that a different teaching approach is needed.
>
> (s 1)

Chinn & Ashcroft påpekar att olika elever naturligtvis har olika starka och svaga sidor och olika sätt att lära. Varje elev måste få undervisning utifrån sina särskilda behov och förutsättningar. De menar dock att det är viktigt för lärare att känna till vanliga svårigheter som kan förekomma i samband med dyslexi så att de lättare kan uppmärksamma och anpassa sin undervisning till enskilda elever och grupper av elever.

Deras erfarenheter från sin egen undervisning stämmer väl överens med vad vi funnit i forskning på området. De sammanfattar sina erfarenheter som följer:

Riktning

Standardalgoritmerna kan vara mycket förvirrande eftersom startpunkten för olika beräkningar inte är den samma som vid läsning och skrivning i allmänhet. Vid addition ska eleven starta från höger och arbeta vidare åt vänster:

```
  362
+ 431
```

Vid subtraktion ska eleven dessutom komma ihåg att starta nederst till höger, ”ta” det undre talet från det övre, ”låna” från vänster i den övre talraden och fortsätta arbetet åt vänster:

```
  495
- 236
```

Vid kort division däremot ska eleven starta från vänster och arbeta åt höger och komma ihåg minnessiffror:

```
2655
   5
```

Sekvenser

Det kan vara svårt för eleverna att använda räkneramsan effektivt och särskilt svårt är det att räkna bakåt. De kan skriva 18 istället för 81 och ha svårt att minnas alla steg som ska tas i en algoritmräkning.

Visuella svårigheter

Många elever blandar ihop +, ÷ och –, eller 6 och 9, 3 och 5 (2 och 5 på miniräknaren).

Spatial uppmärksamhet

Det är viktigt att eleverna är uppmärksamma på spatial placering när det t ex gäller siffrors platsvärde. Det är lätt att tappa bort var på sidan i läroboken man är både vid läsning och avskrivning.

Arbetsminne

Som vi flera gånger har framhållit kan ett svagt arbetsminne skapa många svårigheter och ha en stark påverkan på elevernas talbehandling. Att

räkna i huvudet och hålla flera siffror i minnet samtidigt är för många elever näst intill omöjligt. När lärare ger instruktioner som består av flera led eller flera uppmaningar som eleverna ska hålla i huvudet blir korttidsminnet lätt överbelastat och eleverna vet inte var de ska börja eller vad de ska göra. En enkel addition som 9+6 kan för en elev som använder strategin ”räkna på” innebära en överbelastning som gör att hon inte kommer fram till ett korrekt svar. Korttidsminnet är nära knutet till uppmärksamhet och koncentration. I matematik ställs ofta krav på just detta. Elever som har svårt att mobilisera sina mentala resurser (låg energitäthet) kan uppleva särskilt stora problem med matematik.

Långtidsminne

Elever med dyslexi kan ha uppenbara svårigheter att lära sig multiplikationstabellen trots lärares idoga försök att få dem att lära sig. Det kan vara mycket frustrerande både för elever, lärare och föräldrar när en elev äntligen lyckats lära sig nya kombinationer bara för att ha glömt bort dem några dagar senare. Långtidsminnet gäller också elevens förmåga att minnas procedurer och regler.

Matematikens språk och symboler

Elever med dyslexi upplever ofta svårigheter i mötet med matematiska texter och symboler. Matematiska ord tenderar att ha precisa innebörder och måste tolkas exakt. Avkodningen av texten måst ske snabbt och automatiserat för att eleven ska kunna ägna sina mentala resurser åt att förstå texten. Om eleven missar viktiga nyckelord eller småord som ”inte” går förståelsen lätt förlorad.

Sätt att lära

Det sätt på vilket en elev närmar sig och arbetar med ett matematiskt problem påverkas i hög grad av de tidigare nämnda faktorerna. Lärare måste vara uppmärksamma på sina elevers olika sätt att arbeta med olika uppgifter. Om läraren i huvudsak arbetar med muntlig undervisning och eleven behöver visuell åskådlighet eller behöver rita och skriva uppstår kanske onödiga svårigheter i elevens lärande. Chinn & Ashcroft påpekar att det varken är möjligt eller önskvärt att hitta en undervisningsmetod i matematik som går att använda för alla elever.

Variation och erfarenheter

Elevers möjligheter att utveckla begreppslig förståelse är nära knutet till deras erfarenheter. Drill och övning används ibland för att befästa nya kunskaper. Elever med dyslexi arbetar ofta långsammare än sina kamrater

och hinner därför inte öva lika mycket. En elev som ständigt misslyckas och som endast hinner lösa några få uppgifter får inte samma variation av erfarenheter och har sämre chans att upptäcka mönster och relationer och att generalisera sina kunskaper.

Matematikängslan och självbild

Elever som ständigt stöter på svårigheter i samband med matematik riskerar att utveckla rädsla och ångest för ämnet och en sämre självbild. Det är lätt att hamna i onda cirklar – fler misslyckanden, mer ångest, fler misslyckanden, mer ångest, sämre självbild, fler misslyckanden etc.

Många elever med dyslexi stöter på problem inom något eller flera områden inom matematiken. Chinn & Ashcroft påpekar att elever ibland är mycket goda problemlösare men har svårigheter att lära sig grundläggande talfakta. Om undervisningen inte anpassas och tar till vara och utvecklar olika elevers möjligheter är risken att deras erfarenheter av matematik begränsas och att det gör det svårare för dem att utveckla nya begrepp och att göra framsteg inom områden som sträcker sig bortom den grundläggande matematiken.

Läsförståelse och problemlösning

Swanson, Cooney & Brock (1993) fann att de faktorer som bidrog mest till adekvata lösningar på skriftliga matematiska textproblem var elevers *läsförståelse* och kunskaper om olika *räkneoperationer.* Möllehed (2001) visar i sin avhandling att en av de största orsakerna till felaktiga lösningar på problem i årskurs 4–9 är att eleverna inte förstår innehållet i texterna. De förstår tex inte vissa ord och uttryck vilket medför att man inte kan välja ett relevant räknesätt. *5 mer* kan tex uppfattas som *5 gånger mer* och andra uttryck som kan vålla problem är tex *tur och retur.* Det kan också handla om att missförstå detaljer i texten och att man missförstår frågan. Den nyss redovisade PISA-studien, som gäller läsförståelse och kunskaper i naturvetenskap och matematik bland 15-åringar i ett 30-tal länder visar att 70 % av de felaktiga lösningarna vid problemlösning i matematik skulle kunna förklaras med bristande läsförståelse. Vi hoppas att dessa samband kommer att utredas ytterligare när PISA i nästa omgång får fokus på matematik.

Elevers tolkning av innehållet i en text kommer att bestämma vilka procedurer de väljer för att komma fram till en lösning men också hur de sedan värderar uppgiftens lösning. För lärare som undervisar i matematik är det viktigt att ha insikter om vilka matematiska kunskaper som krävs av eleven men också om vad som kan påverka elevens läsförståelse i samband med matematisk problemlösning.

Semantisk förståelse och inre representationer

Mayer (1992) pekar på två komponenter som är särskilt viktiga för att förstå text. När det gäller att förstå faktatexter, argumenterande eller berättande texter är den *semantiska* förståelsen (förståelsen av innebörder) särskilt viktig. I samband med texter med matematiskt innehåll krävs dessutom speciell kunskap om betydelsen av vissa kvantitativa termer som tex *mer än*, *mindre än*, *tillsammans* etc. Ett uttryck som Per har 3 kronor mer än Lena, tolkas av vissa elever som att Per har tre kronor. Om elever har grundläggande kunskaper om tal och kvantiteter kan de genom samtal och analys av texten lära sig hur vissa språkliga konventioner kan relateras till sådan kunskap (Cummings, 1991). Att elever får öva läsförståelse och lära sig upptäcka och tolka viktig information i texter i samband med problemlösning i matematik verkar vara nödvändigt på alla nivåer i undervisningen.

Den andra viktiga komponenten är enligt Mayer *representation* av uppgiftens innehåll, dvs förmågan att konstruera en mental modell. Att kunna göra sig inre föreställningar av textens innehåll är nödvändigt vid lösning av problem som är inbäddade i skrivna texter. Det är nödvändigt att information som ges på olika ställen i texten samordnas och integreras med varandra (Mayer, 1992). Denna förmåga verkar vara ytterst viktig för att vägleda eleven i fortsatta val av procedurer och steg som ska tas för att komma närmare en lösning. Om eleven inte uppfattar och integrerar informationen på ett adekvat sätt kan detta leda till felaktiga val av procedurer och räknesätt (Möllehed, 2001). Malmer (1996) ger exempel på hur elever misslyckas med att lösa enkla aritmetiska uppgifter därför att de inte samordnar den ingående informationen på ett korrekt sätt.

> Mamma har lagt upp 12 kakor på ett fat. Ann och Bo åt upp alla utom tre. Hur många kakor fanns kvar?
>
> (s 34)

Många elever tolkade textens innehåll som att det måste finnas 9 kakor kvar.

Förmodligen har dessa elever tolkat texten på ett ytligt plan utan att mer ingående reflektera över innebörden och väga samman den information som ges. De har helt enkelt subtraherat 3 från 12. Ett vanligt fenomen hos elever i lässvårigheter är just att de har en passiv hållning till texten och att läsningen inte aktiverar sådan bakgrundskunskap hos eleven som är relevant för sammanhanget (Lundberg, 1984; Høien & Lundberg, 2000).

Syntax

I muntliga samtal eller dialoger får eleverna god vägledning av tonfall, gester, ansiktsuttryck, pekningar och andra ledtrådar som hjälper till vid

tolkningen av det sagda. I skriften finns däremot bara orden, deras böjningar och ordningen mellan orden. Då blir elevernas *syntaktiska* kompetens synnerligen kritisk för tolkningen av texter. Barns syntaktiska medvetenhet är långt ifrån färdigutvecklad vid skolstarten utan fortsätter under gynnsamma förhållanden att utvecklas långt upp genom skolåren. När eleverna läser olika typer av texter kan de möta syntaktiska konstruktioner i skriften som starkt avviker från den språksyntax som de är vana vid i vardagen tex: *Jan, pojken med brun tröja, har en ny boll* (Høien & Lundberg, 2000). Elevers förmåga att tolka textuppgifter är dels beroende av i vilken ordning händelser presenteras i texten dels i vilken ordning numerisk information presenteras (Teubal & Nesher, 1991). De enklaste texterna att förstå är de där händelser och numerisk information presenteras i en sådan ordning att de inte kommer i konflikt med varandra.

I läromedelstexter i matematik är inte bara syntaxen annorlunda utan de innehåller ofta ord som inte ingår i elevens vardagsspråk. Texterna är dessutom komprimerade med många fakta inbakade i ett begränsat textomfång och där felläsning av ett enda litet ord kan innebära att texten missuppfattas helt och hållet. Ett begränsat arbetsminne kan också göra det svårt att förstå syntaktiskt långa och komplicerade meningar, eftersom man måste hålla viss aktuell information aktivt i medvetandet under tiden man bearbetar det språkliga innehållet.

Scheman

Lundberg (1984) talar om *schemabegreppet*. Scheman styr både vårt läsande och vårt lyssnande. När vi väljer ut, kategoriserar och tolkar information från omvärlden styrs dessa processer av begreppsliga scheman som vi utvecklat undan för undan genom erfarenheter som vi gör av omvärlden. Med hjälp av scheman kan vi sortera intryck, ordna och tolka dem. Vad vi har för scheman beror på vilka erfarenheter och bakgrundskunskaper vi har inom olika områden, förväntningar, motiv, önskningar, förhoppningar osv. På samma sätt som en skogsutflykt kan upplevas och tolkas på helt olika sätt av barn som ofta vistas i naturen tillsammans med sina föräldrar och barn som aldrig vistas i naturen på sin fritid kan en och samma text uppfattas olika av olika läsare. Enligt schemateorin använder läsaren scheman på två sätt: för det första hjälper scheman till att gruppera och organisera lässtoffet. Det talar om för läsaren när en episod är tillända och gör henne vaksam för oväntad eller avvikande information. För det andra utnyttjas scheman när läsaren försöker komma ihåg vad hon läst.

Metakognition

Problemet är dock inte endast om eleverna har användbara scheman eller relevanta omvärldskunskaper för att kunna lösa olika matematiska textuppgifter. En annan fråga är om de kan aktualisera de kunskaper, de scheman som de faktiskt har. Lundberg (1984) menar att aktiv läsning förutsätter en slags medvetenhet om de egna tankeprocesserna, den egna inlärningen. En sådan medvetenhet eller metakognition innebär att man kan värdera sin förståelse under läsningen, att man vet när man förstår och när man inte förstår. Goda läsare visar sådana metakognitiva färdigheter genom de strategier de använder vid läsning. Det kan innebära att göra klart för sig vad syftet med läsningen är, om texten kan skummas eller måste läsas noggrant, uppmärksamma vilka partier i texten som är särskilt viktiga, att avgöra om den egna förståelsen är tillräcklig eller om man behöver gå tillbaka i texten eller på annat sätt öka förståelsen. Lundberg (1984) redovisar undersökningar som visar att elever i lässvårigheter ofta har en passiv hållning till texten. De försöker inte relatera det lästa till tidigare kunskaper, har svårt att utnyttja tillgänglig information som bilder ger och går inte tillbaka i texten för att söka efter relevanta fakta. Lundberg menar att det är rimligt att anta att metakognition och självbild har ett nära samband. Många elever i lässvårigheter har en dåligt utvecklad självbild redan på lågstadiet. De tror inte på sin egen förmåga och saknar det kognitiva mod som krävs för att ge sig i kast med en text. Om elever dessutom upplever att matematik i sig är svårt kan problemen naturligtvis te sig oöverstigliga. Lundberg menar att den pedagogiska behandlingen är mindre en fråga om att avhjälpa vissa konstaterade brister hos eleven och mer en fråga om att skapa betingelser i skolan så att eleverna kan börja ta ansvar för sitt lärande. Då måste lärarna ta reda på i vilken utsträckning eleverna förstår innehållet i tex matematiska textuppgifter och vilken typ av förståelseproblem som det handlar om. Är det läsförståelsen eller är det matematiska innehållet som skapar problem eller är det både och?

Elever i lässvårigheter behöver explicit undervisning i läsning och läsförståelse i samband med matematiska textuppgifter lika väl som i samband med andra typer av texter. Det är också viktigt att lärare är medvetna om att elever i lässvårigheter kan ha så stora avkodningssvårigheter att läsförståelsen går förlorad. Det kan innebära att eleven egentligen förstår och kan lösa den matematiska uppgiften men att de språkliga kraven i samband med läsningen blir övermäktiga.

Att lösa aritmetikuppgifter

De Corte & Verschaffel (1991) har i en studie låtit en stor grupp elever i årskurs 2 få lösa enkla additions- och subtraktionsproblem som representerar de olika kategorierna förändrings-, kombinations- och jämförande problem.

> *Förändringsproblem* refererar till dynamiska situationer där några händelser förändrar värdet av en kvantitet, tex: *Joel hade 3 kulor. Tommy gav honom 5 kulor. Hur många kulor har Joel nu?*
> *Kombinationsproblem* relaterar till statiska situationer som involverar två summor som betraktas antingen som separata eller i kombination med varandra som tex: *Joel har tre kulor. Tommy har 5 kulor. Hur många kulor har de tillsammans?*
> *Jämförande problem* involverar två summor där man jämför skillnaden mellan dem tex: *Joel har tre kulor. Tommy har 5 fler kulor än Joe. Hur många kulor har Tom?*
>
> (s 120–121, vår övers)

Alla uppgifterna kunde lösas genom att eleverna adderade två givna tal. Trots detta skilde sig uppgifterna kraftigt åt i svårighetsgrad. På kombinationsproblemet gav 97 % av eleverna en korrekt lösning, på förändringsproblemet 83 % och på det jämförande problemet 47 %. Samma mönster visade sig på subtraktionsuppgifterna.

De Corte & Verschaffel menar att skillnader i svårighetsgrad mellan de olika problemtyperna kan bero på att eleverna inte behärskar de semantiska scheman som är nödvändig för att skapa en representation av problemet. Det kan också bero på att vissa problemrepresentationer är enklare än andra att knyta till den rätta matematiska operationen men också vilka typer av uppgifter eleverna möter i läroböckerna.

> Ann och Tom har 8 böcker tillsammans. Ann har 5 böcker. Hur många böcker har Tom?
>
> (s 128, vår övers)

I det här problemet är det inte uttalat att Anns 5 böcker som nämns i den andra meningen, samtidigt är en del av de 8 böcker de har tillsammans. Men detta kombinationsproblem kan omformuleras så att den ytliga strukturen gör de semantiska relationerna mer uppenbara. *Ann och Tom har 8 böcker tillsammans. 5 av dessa böcker tillhör Ann och resten tillhör Tom. Hur många böcker har Tom?*

Elever som inte kunde lösa standardversionen av problemet löste ofta den omformulerade versionen korrekt. Standardversionen inrymmer således ett inferenskrav som en del elever har svårt att klara av. Ett tydligt exempel på det intrikata samspelet mellan matematik och läsning.

Det är naturligtvis inte bara de skriftliga texternas språkliga form som är betydelsefulla. Även i muntliga sammanhang är det viktigt hur problem presenteras. Hudson visade elever en bild på fem fåglar och fyra ormar. Eleverna fick frågan: *Hur många fler fåglar än ormar är det på bilden?* Den frågan var mycket svårare än frågan: *Antag att alla fåglarna dyker ned och försöker ta var sin orm. Hur många fåglar kan inte ta någon orm?* (Shuard & Rothery, 1988).

De Corte & Verschaffel (1991) betonar vikten av att lärare uppmärksammar att elevers felaktiga lösningar på textproblem ofta är anmärkningsvärt systematiska och härrör sig ur elevernas missuppfattningar grundade på övermäktiga läskrav i uppgifter. De påpekar att undervisning och instruktioner i matematik måste ges mycket mer explicit och systematiskt än vad som i allmänhet görs idag, särskilt för elever i läs- och skrivsvårigheter. Denna pedagogiska insikt lyfts fram gång på gång i vår granskning av forskningslitteraturen.

Att välja räknesätt

De Corte & Verschaffel (1991) har utarbetat en modell för arbete med enkla matematiska uppgifter bestående av fem olika steg som kan underlätta elevernas läsförståelse och förmåga att lösa sådana uppgifter.

1. Eleven utgår från texten och gör en sammanfattning av problemet.
2. Genom att eleverna får öva sig att formulera problemet muntligt med egna ord kan de skapa sig en bild, en inre representation av problemets innehåll.
3. Med utgångspunkt i den representationen väljer eleven sedan en lämplig formell matematisk strategi eller en informell strategi för att lösa problemet.
4. Eleven genomför den valda operationen eller beräkningen.
5. Slutligen går eleven tillbaka till texten och kontrollerar sin lösning.

(s 118, vår övers)

Modellen kan tjäna som exempel på hur man kan arbeta med elevers läsförståelse både i klassundervisning och vid enskild undervisning i matematik. Många elever kan arbeta efter modellen i par eller på egen hand, men för elever i läs- och skrivsvårigheter är det ofta nödvändigt med tydlig och strukturerad undervisning och ingående samtal om innehåll och procedurer tillsammans med lärare.

Kategorisering av uppgiften

En viktig kompetens är att kunna kategorisera problemet, dvs upptäcka vilken typ av uppgift det är. Problemet *Per har 3 kronor mer än Sanela* är av samma typ som *Sanela har 5 kronor mer än Jan*. Hos goda problemlösare verkar kategorisering vara en förmåga som utvecklats genom erfarenhet av att lösa likartade problem beskrivna i olika situationer och sammanhang. I ett undervisningsexperiment (De Corte & Verschaffel, 1991) har eleverna fått rita diagram över uppgiftens semantiska struktur innan de har gjort någon beräkning. Syftet har varit att hjälpa eleverna att bli medvetna om de semantiska relationerna mellan texters innehåll

och de tal som förekommer i problemet och relationer mellan talen. Eleverna har också fått tydlig och strukturerad undervisning om hur de kan använda sådan kunskap för att kategorisera uppgiften. Nedan visas de tre huvudsakliga typerna av additions- och subtraktionsproblem.

> *Förändringsproblem*: Peter hade 3 äpplen. Ann gav honom 5 äpplen till. Hur många äpplen har Peter nu?
> *Jämförande*: Peter har 3 äpplen. Ann har 8 äpplen. Hur många fler äpplen har Ann än Peter?
> *Kombinerade*: Peter har 3 äpplen. Ann har 5 äpplen. Hur många äpplen har de tillsammans?
>
> (s 120–121, vår övers)

Sådana bildmässiga representationer underlättar uppenbarligen kategorisering av problem. Dessutom löstes uppgifterna avsevärt mycket bättre sedan eleverna fått konstruera bilderna själva.

Val av procedurer

Elevers val av procedurer påverkas dels av hur de tolkar innehållet i texten, dels av deras kunskaper om matematiska begrepp och procedurer. Elever väljer ibland, som vi sett tidigare, fel *räknesätt* därför att de inte är förtrogna med räknesättens innebörd och användningsområde, eller för att de feltolkar informationen i texten. Den ordning som tal presenteras i spelar stor roll för elevers val av *räknestrategi*. I uppgifter som leder fram till addition och där det ingår ett litet och ett stort tal är det mer effektivt om eleven räknar från det största talet såvida de inte kan hämta talfakta från långtidsminnet. I en studie bland elever i årskurs 2 använde 48 % av eleverna *räkna från största* om det största talet stod först, i annat fall var det endast 14 % som använde den strategin (De Corte & Verschaffel, 1991). Det är naturligtvis viktigt att elever får sådan undervisning att de utvecklar förtrogenhetskunskaper i samband med olika räknesätt och att de får hjälp att undan för undan lära sig att granska och flexibelt handskas med de ingående talen i olika uppgifter.

Bedömning av uppgiftens lösning

När eleven ska bedöma rimligheten i lösningen krävs viss omvärldskunskap och att eleven kan knyta an till sådana kunskaper och till tidigare erfarenheter av att lösa liknande problem. En viktig sida av metakognition är förmågan att övervaka sina egna framsteg när det gäller att lösa matematiska problem. Montague (1992) visade att elever i lässvårigheter förbättrade sin förmåga efter att ha fått undervisning och övning i läsförståelse, kategorisering av problemet, val av procedurer etc. Man får emellertid vara försiktig vid tolkningen av sådana positiva övnings-

effekter. Det är osäkert hur stort transfervärdet är och hur långsiktiga effekterna är.

Att skriva matematik

En skillnad mellan talat och skrivet språk är att skriften är synlig. Pimm (1987) påpekar att det är skillnad att skriva för eget bruk och att skriva för någon annan. Genom att man skriver ned någonting finns det utanför en själv och blir på det sättet lättare att betrakta och reflektera över. Sådant skrivande kan tjäna ett syfte på ett personligt plan. Noteringarna eller det skrivna kan göras för att personen i fråga har nytta av det för att t ex klargöra sina tankar för sig själv eller hålla reda på fakta. Sådant skrivande som endast tjänar personligt syfte behöver inte ta hänsyn till allmänna konventioner, regler eller former som gäller för skrift. Skrivande kan å andra sidan vara ett redskap för att kontrollera att ens tankar bär även på ett formellt plan som också ska redovisas för andra och eventuellt bedömas av läraren. Sådant skrivande ställer andra krav på allmänna regler och konventioner, följdriktighet etc.

Lärares skrift i matematik sker ofta på tavlan eller genom att man formulerar skriftliga uppgifter som eleverna ska arbeta med. Lärarna skriver då med eleverna som mottagare och förväntningar finns på att det skrivna ska vara perfekt. Vet eleverna alltid vem *de* skriver för? Pimm menar att det är viktigt att de har klart för sig om de skriver för att underlätta sitt lärande och klargöra sitt tänkande och sina idéer för sig själva, eller om de skriver för läraren och andra elever som mottagare. Även i läroböcker förväntas det skrivna vara exakt. Texterna är polerade, planerade och följdriktiga och avsedda att vara begripliga vid första läsningen. Dessa krav på exakt och felfri text överförs lätt till elevernas förväntningar på sitt eget skrivande. Detta är speciellt tydligt i matematik där traditionerna av renhet, läsbarhet och korrekthet är allmänna kriterier för skriftligt arbete. Om elever ska kunna använda skrift för olika syften är det viktigt att de får undervisning om hur detta kan ske.

Ur metakognitivt perspektiv är det positivt att lärare uppmanar sina elever att skriva *om* den matematik de studerar (Dysthe, 1996; Withers, 1996). Det är ett sätt att underlätta för eleverna att reflektera över matematiska begrepp och samband. Withers påpekar att genom elevers skrivande kan lärare få information om sina elevers lärande, eventuella svårigheter och på vilka sätt de löser problem. Trots sådana fördelar anser många lärare att uppgiften att skriva om matematik och reflektera över sitt lärande är för svårt för många elever.

Morgan (1998) påpekar att i många studier som rapporterats om erfarenheter av att låta elever *skriva-för-att-lära* har man antagit att lärare genom att granska elevernas texter kan få en god uppfattning om deras kunnande. Morgan betonar att man inte kan förutsätta att elevernas produktion av text är transparent och representerar deras matematiska tänkande.

Det är vida känt inom forskning och praktik att många elever inte har de språkliga kompetenser som är nödvändiga för att kunna redovisa sitt tänkande i skrift (Morgan, 1998).

Ett annat problem som Morgan lyfter fram är att det inte enbart handlar om elevernas kompetens att uttrycka sina tankar i skrift. Det handlar också om lärares kompetens att tolka, förstå och bedöma innehållet i elevernas texter. Vilka bedömningar som lärare gör beror bl a på deras kunskaper om skrivprocessen och om deras matematiska kunnande. Beror brister i elevernas texter på att de saknar vissa kunskaper om den matematik de skriver om eller beror det på svårigheter att uttrycka sina tankar i skrift? Morgan påpekar att det inte finns någon enkel relation mellan elevers texter och lärares bedömningar av elevernas matematiska tänkande.

I de flesta studier som rapporterar om fördelarna med att skiva för att lära har man utgått från att elever inte behöver undervisning i själva skrivandet och hur man kan utveckla det som ett redskap för sitt lärande. Istället har man förutsatt att bara eleverna skriver så lär de sig skriva. Men elever lär sig inte skrivandet som ett redskap utan medveten och systematisk undervisning (Steinbring m fl 1998 s 31). Morgan betonar behovet av studier och undervisningsförsök vars syfte är att utveckla goda metoder för att elever ska kunna utveckla skrivandet just som redskap för sitt lärande i matematik. I det sista kapitlet ger vi förslag på några aktiviteter som kan hjälpa elever att utveckla sådan kompetens.

Ett klassrumsförsök

Etheredge (2000) beskriver en studie där lärare försökt anpassa klassrumsundervisningen i matematik för att hjälpa eleverna att utveckla sin förståelse för tidigare nämnda kategorier av textuppgifter. Syftet var att hjälpa eleverna att konstruera specifik kunskap om olika typer av skriftliga aritmetiska uppgifter. Utgångspunkten för Etheredge et al. har varit att om elever förstår uppgifternas struktur, ”understand the problems from the inside”, kan detta utveckla förståelse som leder till att man väljer adekvata lösningsstrategier. En annan utgångspunkt är att det är viktigt att elever får utgå från sina egna erfarenheter i samband med problemlösning och att de får använda sitt eget språk för att formulera problem. Slutligen antar man att undervisning som syftar till att elever utvecklar muntligt och skriftligt språk i samband med problemlösning hjälper eleverna att reflektera över innehållet i uppgifterna. Detta kan i sin tur bidra till att elever utvecklar bättre lösningsstrategier.

För att utveckla kunskap om problemens struktur och språk fick eleverna i den aktuella studien skriva egna textuppgifter. Detta byggde på flera idéer om elevers lärande:

1. När eleverna formulerar problem bygger de på sin egen tidigare kunskap och utvecklar ny kunskap genom sina erfarenheter och genom samspel med omgivningen.

2. Elever kan utveckla sitt eget lärande genom att skriva. Man tillämpar och ställer samman idéer när man skriver och därigenom omvandlar och omorganiserar man sin kunskap.
3. Skrivande kan också utveckla elevers språkliga förmåga och kan dessutom vara en god aktivitet för samarbete.

(s 22, vår övers)

Arbetet startar med att läraren diskuterar med sina elever om vad ett matematiskt problem kan vara. Syftet med diskussionen är att lyfta fram och klargöra elevernas egna föreställningar. Läraren betonar att aritmetiska problem kan härröra sig till en händelse eller en situation som har att göra med tal och matematik. Eleverna får utgå från och diskutera olika exempel på matematiska problem, likheter och skillnader i språkliga formuleringar och hur problemen kan lösas med hjälp av olika strategier.

Lärare och elever hjälps åt att sortera olika problem i kategorier som beskrivits ovan (*förändringsproblem*, *kombinationsproblem och jämförande problem*).

Naturligtvis finns det många olika sätt att kategorisera matematiska problem, men detta är ett förslag på hur man kan börja med enkla aritmetiska problem. Syftet är att uppmuntra eleverna att reflektera över texternas innehåll och att göra dem uppmärksamma på den språkliga strukturen.

Eleverna arbetar i par och skriver förslag på olika aritmetiska problem. De hjälps åt att sortera problemen med hjälp av de tre kategorierna. Elever som endast formulerat problem ur en eller två kategorier får i uppgift att formulera problem ur den saknade kategorin.

När eleverna förstår idén med att skriva matematiska problem diskuteras vilka frågor som kan ställas utifrån den information som ges i texterna och med tanke på vilken kategori de tillhör.

Exempel (Etheredge, 2000, s 23, vår övers):

Förändringsproblem

Mona gick till godisaffären och köpte 24 chokladbitar som hon skulle bjuda familjen på. På vägen hem åt hon upp 5 bitar. När hon kom hem hade hon 19 bitar kvar att dela med sin familj.
Exempel på möjliga frågor som kan ställas:
– Hur många chokladbitar köpte Mona?
– Hur många bitar hade hon kvar att dela med sin familj?
– Hur många chokladbitar åt hon upp på vägen hem?

Kombinationsproblem

Maria och Karl planterar blommor i en blomsterlåda. Maria planterar 16 tagetes och Karl planterar 12 violer. De har 28 blommor i sin blomsterlåda.
Exempel på möjliga frågor som kan ställas:

– Hur många blommor har de i sin blomsterlåda?
– Hur många tagetes planterar Maria?
– Hur många violer planterar Karl?

Jämförande problem

Karin och Malin simmade i simhallen. Karin simmade 32 längder. Malin simmade 25 längder. Karin simmade 7 längder mer än Malin.
Exempel på möjliga frågor som kan ställas:
– Hur många längder simmade Karin?
– Hur många längder simmade Malin?
– Hur många fler längder simmade Karin än Malin?

När eleverna behärskar att skriva och lösa den här typen av enkla problem och frågor går man vidare med lite svårare texter. Eleverna kan tex arbeta med texter där ovidkommande information ges. Detta gör man för att eleverna ska få öva sig i att bedöma vad som är relevant information i texterna och vilken information man kan bortse ifrån.

Det förekommer också mer öppna frågor där eleverna själva måste tillföra numerisk information. I exemplet med Mona kan man tex fråga *Hur många chokladbitar får var och en?* Eftersom det inte anges i texten hur många familjemedlemmar det finns måste eleven själv bestämma det. Det kan vara ett sätt att uppmuntra eleverna att aktivera egna kunskaper och sätta in uppgiften i ett sammanhang.

Olika aspekter av skrivande

Eleverna formulerar egna problem

När eleverna skriver sina egna problem kan de utgå från sina egna erfarenheter och relatera matematiken till sin egen vardag. Att formulera ett skriftligt aritmetiskt problem kräver att eleven också förstår problemets matematiska begrepp. När eleverna diskuterar sina problem med varandra bidrar detta till att engagera och motivera dem. Samarbete kring skrivandet stimulerar eleverna att tänka högt och ställa frågor till varandra vilket i sin tur bidrar till de fördjupar och vidgar sin förståelse. Skrivandet kan också innebära att elever känner att de har kontroll och tilltro till sitt eget lärande och kan därmed förstärka en positiv attityd till problemlösning (Etheredge, 2000; Lester, 1996). I den nämnda studien var elevernas skrivande begränsat till enkla aritmetikuppgifter. Skrivandet kan naturligtvis användas i en mångfald av matematiska situationer där man söker samband, arbetar med geometriska begrepp, formulerar och löser rika problem. Björkqvist (1999) betonar att en matematiskt rik uppgift är en värdefull uppgift på grund av sitt matematiska innehåll. Han framhäver speciellt uppgifter som är mångsidigt användbara genom att de ”kopplar olika tillvägagångssätt till varandra eller utgör utgångs-

punkter för utvecklandet av två eller flera skilda teman inom matematiken". Eftersom elever i läs- och skrivsvårigheter ofta har svårt att uttrycka sig skriftligt är det mycket viktigt att undervisningen syftar till att utveckla skrivandet som ett redskap för lärande och att man inte lämnar den svåra uppgiften åt eleven själv. Löwing & Kilborn (2002) påpekar att om elever lämnas att skriva egna problem är risken att de bara reproducerar sådan matematik som de redan kan. Får de dessutom ingen hjälp att utveckla sitt skrivande blir ju aktiviteten tämligen meningslös.

Viktig information till läraren

Burns (1995) menar att skrivande i samband med matematik inte bara gagnar elever genom att det kan bidra till deras lärande, utan gagnar också lärare genom att elevernas förståelse och lärande kan synliggöras. Den information som lärare får genom elevers skrivande kan ligga till grund för att förändra, förbättra och utveckla undervisningen. Läraren kan få värdefull information om vilka slags erfarenheter som skulle kunna gagna enskilda elever, vilka matematiska idéer och procedurer som de behöver hjälp med att fördjupa sin förståelse för och vilka missuppfattningar som förekommer. Burns betonar att i lärandeprocessen så är ofullständig förståelse och viss förvirring naturligt i olika skeden och att lärarens uppgift är att bidra till att skapa klarhet genom god undervisning. Skrivandet kan vara ett sätt att arbeta sig in i ett område eller ett begrepp, det är ett effektivt tankeredskap och det kan hjälpa elever att klargöra sina tankar. Hon påpekar vidare att läraren måste ta som sin uppgift att hjälpa elever att lära sig skriva i och om matematik. Detta gäller för alla elever men särskilt för elever i läs- och skrivsvårigheter. De behöver många erfarenheter av att skriva för att utveckla sin kompetens där tex matematiska undersökningar kan vara en rik källa för att ge eleverna sådana erfarenheter. Vad som är viktigt är att elever har något att skriva om och att de förstår syftet med skrivandet. Burns framhåller vikten av att lärare regelbundet samtalar med sina elever om värdet av att skriva. För elever som inte tycker om att skriva pga rädsla för misslyckanden är det viktigt att de får sådan hjälp att de känner att de lyckas och att de har nytta och glädje av sitt skrivande.

Läraren som modell

Att läraren modellerar olika skrivsituationer på tavlan är exempel på undervisning som kan hjälpa elever att utveckla sitt skrivande. Det kan tex vara tankekartor där läraren skriver ned elevernas idéer om ett begrepp, läraren eller en elev sammanfattar idéerna muntligt och därefter skriver läraren några sammanfattande meningar på tavla. Eleverna får sedan skriftliga kopior av tankekartan och sammanfattningen. Undan för undan i nya situationer lämnar läraren över ansvaret för skrivandet

åt eleverna själva. För elever som har svårt att formulera sig skriftligt är det mycket värdefullt att först få formulera sig muntligt. Att verbalisera sina tankar är ofta ett effektivt första steg mot att skriva. En annan sida av skrivandet är när eleverna skriver för att klargöra vad de lärt sig, hur de ser på matematikundervisningen eller om sina attityder till att arbeta i grupp och individuellt. Elevers skrivande är ett utmärkt medel för samtal mellan lärare, elever och föräldrar om vad deras barn lär sig och vilka framsteg de gör. I kapitlet *Didaktiskt utvecklingsarbete – några förslag och idéer* ger vi exempel på situationer där elever skriver för att lära och för att reflektera över sitt lärande.

Att läsa textuppgifter i matematik

Möllehed (2001) och PISA-studien anger brister i läsförståelse som den mest bidragande orsaken till felaktiga lösningar på matematiska textproblem. Shuard & Rothery (1988) menar att en av de viktigaste uppgifterna som lärare har som undervisar elever i matematik i grundskolan är att hjälpa dem att utveckla en god läsförmåga. De motsätter sig idéer som ibland förs fram att både lärobokstexter och arbetsblad producerade av lärarna själva ska vara konstruerade så att elever i läs- och skrivsvårigheter kan undvika att läsa, eller läsa så lite som möjligt. Istället menar de att dessa texter ska vara konstruerade på sådant sätt att de hjälper eleverna att bli bättre läsare. Det innebär naturligtvis inte att man kan lämna denna svåra uppgift till eleverna själva. Det är lärarnas ansvar att skapa en väl strukturerad och genomtänkt undervisning som kan hjälpa eleverna att utveckla nödvändiga språkliga kompetenser genom gemensamma diskussioner och förklaringar kring det lästa. Man bör enligt Shuard & Rothery uppmuntra eleverna att både tala och skriva om den matematiska kunskap de håller på att tillägna sig.

En viktig fråga i sammanhanget är vilka slags texter eleverna behöver möta. En av grundskolans uppgifter är att ge eleverna sådana kunskaper och färdigheter i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att tolka och använda det ökande flödet av information och för att följa och delta i beslutsprocesser i samhället. De vanligaste förekommande lärobokstexterna som eleverna läser i skolan är sk ”benämnda” tal eller textuppgifter. Dessa har säkert stor betydelse då det gäller att utveckla elevernas problemlösningsförmåga – förutsatt att de är väl valda med hänsyn till elevernas intresse, erfarenheter och förkunskaper och inte är föråldrade (Johansson, 2000). Sådana textuppgifter kan också användas i syfte att eleverna ska utveckla sin läsförståelse i samband med problemlösning och matematik. Men Johansson påpekar att utanför skolan finns inga benämnda uppgifter och mycket sällan färdigformulerade problem. I dagspressen ges information om händelser, förhållanden och fakta inom vitt skilda områden som beskrivs och kommenteras genom skriven text, statistik och diagram.

Det är angeläget att elever i läs- och skrivsvårigheter får undervisning och erfarenhet av att läsa och tolka sådan information i samband med problemlösning i matematik. Samtidigt är det viktigt att skolan håller sig à jour med utvecklingen av tekniska hjälpmedel som kan underlätta läsningen och att dessa görs tillgängliga för elever i behov av sådana. Ingen elev ska behöva misslyckas i matematik på grund av läs- och skrivsvårigheter.

För att med framgång kunna lösa textuppgifter behöver elever bl a ha en god förståelse för vad som är relevant information i texten och förmåga att bilda inre föreställningar om vad uppgiften egentligen handlar om. Dessutom behöver de kunna bedöma vad det är för typ av problem de ställs inför och vilka strategier som är rimliga att använda för att en lösning ska nås. Miles (1992) påpekar att matematikproblem ofta kräver ett förhållningssätt till texten som kan vara problematiskt för elever i lässvårigheter. Elever är kanske vana att försöka fatta *poängen* i en text eller en berättelse. Nu förväntas de istället att söka efter *samband*, relationer mellan olika data i texten. Det är tämligen vanligt att lärare uppmanar sina elever att söka efter det som *är givet* i texten. Men det som är givet återfinns ofta i olika detaljer, utspridda i texten, sådant som eleven ofta vant sig vid att bortse från. Den språkliga stilen i sådana texter är ofta snårig och koncentrerad och därför svår att analysera (Miles, 1992).

Exempel: Omkretsen av ett rektangulärt papper är 44,8 cm.

Det första som eleven måste uppfatta är att det är ett rektangulärt papper, annars blir ordet omkrets inte meningsfullt. Men ordet rektangulärt är inbäddat i mitten av meningen vilket gör det svårt att uppfatta som viktigt. Det finns också en avsevärd svårighet vad gäller terminologi. I allt som elever ska läsa, inte bara i samband med matematiska problem utan också i förklaringar som ges i matematikböcker, kommer de att möta en uppsjö tekniska termer och ord, eftersom varje nytt område har sin speciella terminologi (Skolöverstyrelsen, 1979).

Många matematiska termer och begrepp är klädda i en språkdräkt, som för elever med dyslexi kan vara mycket främmande. Miles (1992) påpekar att många begrepp skulle eleverna kunna lära sig förstå om man i undervisning koncentrerade sig på att eleven ska förstå det underliggande begreppet och inte bara komma ihåg orden.

Ett karakteristiskt drag i dyslexi är svårigheter med nya ord och nonsensord. Den grundläggande fonologiska svagheten gör att det blir särskilt svårt att bemästra nya ord, att erövra dem och införliva dem med det egna ordförrådet (Baddeley, 1998). Det betyder att en elev med dyslexi behöver många möten med de nya orden innan de *sitter.* Mer än andra behöver de också tydliga förklaringar och erfarenheter av ordens innebörd, uppbyggnad och släktskap till andra ord. Detta gäller även ord som ofta finns i elevens vardagsspråk men som har en annan innebörd i matematiska sammanhang, t ex *udda*, *division*, *volym* osv.

Shuard & Rothery (1988) påpekade att för författaren är syftet med en lärobokstexten klar, men det är inte givet att den avsikten finns klart uttalad i texten. Målen är i huvudsak att eleverna ska lära sig begrepp, principer, färdigheter och strategier för problemlösning. Shuard & Rothery menar att elever behöver få undervisning och övning i läsförståelse i allmänhet men betonar betydelsen av att de får öva läsförståelse just i samband med matematik. De anger tre kompetenser av läsförmåga som är nödvändig för alla elever att lära sig för att förstå läromedels texter:

> *Avkodning:* Den mest elementära nivån för läsning är själva avkodningen av ord och symboler i texten. Läsaren måste uppmärksamma och förstå betydelsen av de enskilda orden och symbolerna. För effektiv matematisk läsning krävs också att läsaren kan tyda grafiskt material som bilder och illustrationer.
>
> *Skapa mening*: Det räcker inte att kunna avkoda alla enskilda ord i texten utan läsaren måste också skapa mening och sammanhang i texten. Läsaren måste tolka och förstå innehållet i texten och relatera detta till tidigare kunskaper och erfarenheter.
>
> *Samspel mellan läsaren och texten*: Att läsa och lösa matematiska problem innebär en aktiv process och att läsaren förmår att skapa en relation mellan sig själv och texten. Läsaren måste reagera på texten genom att själv göra inferenser och dra slutsatser även om sådant som inte direkt står uttalat i texten, men som är nödvändigt för förståelsen.
>
> (s 144, vår övers)

Eleverna behöver tydlig strukturerad undervisning inom alla dessa områden. Detta gäller särskilt elever i lässvårigheter. Shuards & Rotherys beskrivning stämmer väl överens med den dominerande synen i läsforskningen (Adams, 1990).

Sammanfattning

När elever ska lära sig läsa utnyttjar de i första hand den fonologiska informationen och avkodar ord genom att ljuda. När de ska lära sig dela upp de tio första hela talen sker detta ofta med hjälp av åskådligt materiel och med hjälp av fingrarna. Så småningom övergår eleverna till mer automatiserade processer inom båda områdena. Övergången från procedurstrategier till automatisering i elevers matematikutveckling är begreppsmässigt lik övergången från fonologisk analys till ortografisk ordigenkänning vid läsning.

Ibland kan svårigheter relateras till en långsam inlärning eller brister i undervisningen, medan andra svårigheter verkar vara av annan karaktär. Forskningen visar att elever med dyslexi har en sämre fonologisk förmåga

än genomsnittsläsaren och att elever i matematiksvårigheter har svårt att automatisera grundläggande talfakta. Detta kan ha att göra med en underliggande funktion som tar sig uttryck i både svårigheter att automatisera ordavkodningen, hämta ord från långtidsminnet och att lägga talfakta i långtidsminnet.

En del elever med dyslexi presterar på en hög nivå när det gäller logiskt tänkande och abstrakt resonerande i samband med matematik samtidigt som de presterar signifikant sämre på räkneuppgifter där minnessvårigheter ger sig till känna. Steeves (1983) varnar för att elever med dyslexi ofta bedöms ha sämre förutsättningar än sina kamrater och att förväntningarna på dessa elevers prestationer inom andra kognitiva områden ofta blir lägre än vad som är skäligt.

I granskningen av forskningslitteraturen framkommer det att faktorer som starkt bidrar till elevers problemlösningsförmåga i samband med textuppgifter är elevernas läsförmåga och kunskaper om olika räkneoperationer. Elevers lärande är beroende av lärares kunskaper i och om matematik, vad som påverkar elevernas läsförståelse och hur man kan arbeta både med elevernas läsförståelse och matematiska kunnande. Genom en förbättrad undervisning, med tydliga samtal och diskussioner om matematiska texters innehåll och olika förslag till lösningsstrategier kan eleverna förändra och utveckla sina uppfattningar så att de närmar sig uppgifter på ett mer metodiskt sätt där de tar hänsyn till sammanhanget där talen ingår.

Ett syfte med att uttrycka sig muntligt och skriftligt i matematik är att organisera sina tankar (Dysthe, 1996). Genom att sätta ord på tankar och idéer lyfts de upp och blir synliga för reflektion och eftertanke och på så sätt kan en djupare förståelse nås. Att formulera sina tankar skriftligt kräver högre grad av precision och tankereda än vad talet gör. Elever i läs- och skrivsvårigheter behöver tydlig och strukturerad undervisning för att utveckla skrivandet som ett tankeredskap och stöd för lärande.

Många elever betraktar textuppgifter i matematik som isolerade räkneövningar som inte har något med deras tidigare kunskaper och erfarenheter att göra. Liknande förhållningssätt förekommer hos elever i lässvårigheter i samband med att de läser andra typer av texter. Det är vanligt att eleverna saknar metakognitiva strategier som innebär att de utvärderar sin egen förståelse och tar ställning till vilka strategier de ska använda för att öka förståelsen. Att utveckla god förmåga att tala och skriva matematik kräver explicit undervisning kring den språkliga aspekten av matematiken vilket kan innebära

– att öva läsförståelse i samband med matematik
– att eleverna reflekterar över matematiktexternas innehåll
– att man för matematiska samtal

– att eleverna får erfarenhet och hjälp att utveckla skrivandet som tankeredskap
– att eleverna ur ett metakognitivt perspektiv skriver om matematik.

Detta är kritiska punkter för de flesta elever men särskilt för elever med dyslexi.

Didaktiskt utvecklingsarbete – några förslag och idéer

Denna forskningsöversikt om samband mellan läs- och skrivsvårigheter, dyslexi och lärande i matematik har visat att det inte bara finns samband utan också många idéer till utveckling av det praktiska specialpedagogiska arbetet. Ett sådant arbete skulle innebära att i förskolan förebygga att svårigheter uppstår, att i den första undervisningen göra barnens möte med matematiken lustfyllt, meningsfullt och inspirerande och att utveckla en god klassrumsundervisning för alla elever men med fokus på elever i behov av särskilt stöd. Men även om vi lyckas väl i våra förebyggande och tidiga insatser måste vi räkna med att somliga elever ändå kommer att behöva särskilda stödinsatser. Vi har gett några exempel på hur sådana specialpedagogiska insatser kan vara upplagda och här ges fler idéer om undervisning som i olika sammanhang visat sig underlätta lärandet hos elever i läs- och skrivsvårigheter. Många av dessa idéer och förslag till aktiviteter har vi hämtat från forskare i matematikdidaktik och lärare som har erfarenheter av att undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter i matematik. Men vi har också hämtat idéer från den allmänna matematikdidaktiska forskningen där vi funnit förslag på sådan undervisning som vi tror särskilt gagnar elever i läs- och skrivsvårigheter. En del förslag på aktiviteter har vi förändrat och anpassat till dessa elever.

Erfarenheter visar att några punkter är särskilt viktiga att tänka på när man undervisar elever i läs- och skrivsvårigheter och dyslexi (Chinn & Ashcroft, 1998; Malmer, 1999; Miles, 1992; Henderson, 1998; Henderson & Miles, 2001).

- Laborativt, undersökande arbete och kommunikation är betydelsefullt. Särskilt framhålls vikten av reflektiva samtal kring matematiska begrepp och samband.
- Viktiga begrepp bör lyftas fram och synliggöras eftersom eleverna kan ha svårt att upptäcka dem på egen hand.
- En del elever behöver uttala högt vad de tänker medan andra föredrar att t ex rita. Ett annat sätt kan vara att spela in det egna talet på band för att lyssna till det senare. Ibland kan eleverna upptäcka att det de sade egentligen inte var det de tänkte och kan då korrigera sig själva.

- Multisensoriskt lärande, dvs att eleverna får använda olika sinnen, och vikten av att bygga på elevens starka sidor framhålls.
- Det är nödvändigt att eleverna har tillgång till genomtänkt åskådligt materiel som t ex talkort, tiobasmateriel, hundrakort, pengar, miniräknare, bandspelare, bilder, diagram, tredimensionellt materiel, klockor, och spel. Lärare bör försäkra sig om att det laborativa arbetet bidrar till att eleverna utvecklar matematisk begreppslig förståelse och att de efter hand frigör sig från materielet.
- Eleverna behöver ett matematikhäfte där de dokumenterar sitt lärande genom att tex göra matematiska ordlistor, tankekartor, förklaringar, beskrivningar av vad de lärt sig, frågor som de vill ha svar på osv.
- Nya ord och symboler ska introduceras omsorgsfullt. En del elever behöver möta samma ord i många olika situationer innan det ”sitter”. Symbolhantering är särskilt kritiskt varför det är viktigt att lärare försäkrar sig om att eleverna verkligen förstår och kan uttrycka sitt kunnande på olika sätt, t ex genom att berätta muntligt, rita en bild och att använda matematiska symboler.
- Lärare bör kritiskt granska texter i elevböckerna och anpassa dem till den enskilde elevens behov.

Grundidén som bör genomsyra all undervisning är att arbetet sker på ett sådant sätt att eleverna utvecklar självförtroende och tillit till den egna förmågan. Framför allt poängteras vikten av struktur, tydlighet, matematiska samtal, samband och mönster, att ny kunskap relateras till tidigare erfarenheter och kunnande och att eleverna får hjälp att utveckla sitt kunnande både i tal och skrift. Särskilt kritiskt är att utveckla skrivandet som ett redskap för att lära. Samtidigt som det kan vara ett mycket effektivt redskap är just skrivandet svårt för många elever. Därför krävs en genomtänkt och väl anpassad undervisning.

Grundläggande arbete i förskolan

På många förskolor runt om i landet har man under senare år utvecklat ett språkligt strukturerat arbete med rim och ramsor, högläsning, muntligt återberättande, stavelselekar, ljudlekar osv. Syftet med detta språkliga arbete är att genom lustfyllda lekar och övningar hjälpa barnen att utveckla språklig medvetenhet innan de börjar med den formella läsinlärningen i skolan. För många barn är det just språkaktiviteter av detta slag som kan förebygga senare läs- och skrivsvårigheter. Undersökningar visar att barn som kan vara i riskgruppen för att utveckla läs- och skrivsvårigheter gynnas i särskilt hög grad av sådana insatser (Lundberg,

2000). En intressant fråga är om man kan utveckla en motsvarande verksamhet med anknytning till matematik i förskolan.

I den nya läroplanen Lpfö 98 har förskolans roll och ansvar lyfts fram även för lärandet i matematik. Förskolan ska sträva efter att varje barn

> utvecklar sin förmåga att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang,
>
> utvecklar sin förståelse för grundläggande egenskaper i begreppen tal, mätning och form samt sin förmåga att orientera sig i tid och rum.
>
> (Lpfö 98, s 13)

Då behöver förskolans pedagoger utveckla kunskaper och insikter om små barns lärande och matematik. Eftersom många av dem i sin grundutbildning varken sysslat med matematik eller matematikdidaktik, och inte heller genomgått någon kompetensutveckling på området, krävs förmodligen omfattande insatser. Risken är annars att det blir erfarenheter från den egna skolmatematiken som blir utgångspunkten för det matematiska innehåll man utvecklar i förskolan. Väsentligt är också att förskolans och skolans läroplaner länkas samman med varandra så att det blir en kontinuitet i lärandet.

Doverborg & Pramling Samuelsson (2000) visar hur små barn redan i förskolan kan utveckla sin matematiska förståelse genom att de vid återkommande tillfällen och i olika situationer får räkna antal, bygga och konstruera, spela spel och lösa problem. Leken är central i barnens lärande och man betonar vikten av att förskollärarna arbetar utifrån bestämda mål. Genom att försöka ta till vara barnens tankar, idéer och föreställningar, genom att skapa en mångfald av situationer där barnen får möjlighet att erfara matematiska begrepp, bearbeta och reflektera över det de erfar, kan de utveckla sin förståelse och sitt tänkande om matematik (Doverborg, 2000). Man betonar att matematiken i förskolan inte är ett skolämne utan att det framför allt handlar om att barnens ska få *erfarenheter* med anknytning till matematik som kan synliggöras och bearbetas på olika sätt.

Vid några förskolor i Skövde som vi besökt har man under senare år försökt att utveckla det pedagogiska arbetet för att hjälpa barnen att utveckla språklig medvetenhet och förståelse för grundläggande matematik. För en del barn tar det särskilt lång tid att lära sig räkneramsan, komma ihåg räkneorden och utveckla förståelse för hur den kan användas. Barn behöver många erfarenheter av att räkna antal och använda räkneramsan i en mängd olika situationer för att utveckla grundläggande förståelse för aritmetik. I förskolans vardagliga rutiner och reguljära verksamheter finns många naturliga situationer att utnyttja. Några sådana exempel är:

Samlingen

På morgonen samlas barn och lärare och tillsammans räknar de hur många barn och vuxna som är närvarande och hur många som är frånvarande. Man räknar i kör med de yngsta barnen men så småningom kan ett eller två barn få i uppdrag att räkna på egen hand. Med hjälp av åskådligt materiel, tex fem olikfärgade band med uppträdda träkulor motsvarande antalet barn och personal som finns i förskolegruppen försöker man *synliggöra* antal. Varje veckodag har sin speciella färg på kulorna tex blå för måndag, röd för tisdag osv. När man jämför hur många som varit närvarande olika dagar under veckan används matematiska ord och begrepp som *lika många – inte lika många, fler än – färre än, dubbelt så många – hälften så många, en mer* osv.

Dukningen

Att duka till lunch i förskolan är ett utmärkt exempel på hur man kan låta barnen få erfarenhet av att använda matematik i vardagliga rutinsituationer. De yngre barnen får hjälp av lärarna att duka och de äldre barnen utses till dukvärdar och får parvis själva ta ansvar för dukningen. Barnen kontrollerar på dagens kulrad hur många som ska äta och noterar på sitt eget sätt på små kort hur många vuxna och hur många barn som ska äta. Porslin, glas och bestick är placerat så att barnen lätt kommer åt allting på egen hand. Barnen får erfarenhet av antalsräkning, parbildning – lika många knivar som gafflar, lika många glas som tallrikar och



inte minst tilltro till den egna förmågan. Barnens ansvar för dukningen innebär inte att de vuxna är frånvarande. Tvärtom är de viktiga personer som hjälper barnen att reflektera över matematiska begrepp och ord som barnen möter i samband med dukningen och som de så småningom ska införliva i sitt ordförråd.

Språklek

Genom strukturerade lustfyllda lekar har dessa förskolor under många år arbetat med att bättre förbereda barnen för den kommande läs- och skrivinlärningen och syftet har varit att försöka förebygga läs- och skrivsvårigheter. Man leker med rim och ramsor, fingerlekar, klappar stavelser i barnens namn, jämför långa och korta ord osv (Sterner, 1994). Många av dessa ramsor och fingerlekar ger barnen erfarenhet också av att använda räkneramsan, att räkna framåt och räkna bakåt. Buys (2001) påpekar att när förskolebarn använder räkneramsan vid t ex rytmiska lekar, sånger och ramsor lär de sig kanske själva räkneorden. I andra situationer, genom lekar och olika spel lär de sig att använda räkneorden för att bestämma antal, jämföra skillnader, hur många fler än, hur många färre än osv. Det kan vara en stor skillnad mellan hur långt barnet kan räkna på räkneramsan och det antal föremål som de med säkerhet kan bestämma antalet för.

Exempel på fingerlek med räkneord:

> Fem små lingon växte på en tuva
> ett trilla av, så var de bara fyra.
> Fyra små lingon växte på en tuva
> ett sa: Jag vill inte vara mé
> så var det bara tre.
> Tre små lingon växte tätt som så …

När barnen klappar antal stavelser i sina namn för att upptäcka att ord går att dela upp i mindre språkbitar kan man också resonera om vem som har *flest* antal stavelser, *minst* antal stavelser, vilka barn som har *lika många* stavelser osv. Barnen kan *synliggöra* antalet stavelser i sina namn genom att hämta lika många kaplastavar vilka man sedan hjälps åt att gruppera i tvågrupper, tregrupper osv. Dessa kan i sin tur grupperas från det minsta till det största antalet. Att få erfarenhet av att antalsgruppera är viktigt bl a för att barnen så småningom ska kunna upptäcka mönster i talen och sekvenser som t ex 2, 4, 6; 5, 10, 15; 10, 20, 30 osv.

Många ord som används både i vardagen och som matematikord får barnen möta i dessa och liknande situationer och syftet är att barnen så småningom ska införliva orden och deras innebörder i sitt eget ordförråd.

Barnen utvecklar genom dessa och liknande aktiviteter kunnande i att räkna akustiskt, resultaträkna, uppskatta, jämföra mängder, enkel addition och subtraktion i muntliga sammanhang, antalsgruppera osv. Treffers (2001) betonar att det är stor skillnad mellan att kunna räkna fyra,

fem föremål som även små barn kan uppfatta direkt och att kunna räkna nio, tio föremål som inte går att uppfatta utan att räkna föremålen.

Temaarbeten

I förskolan förekommer många olika slags temaarbeten om naturen, miljön, polisen, posten, sagor och berättelser osv. När barnen leker och arbetar med sina teman får de rika erfarenheter av högläsning, muntligt återberättande, rim och ramsor, gemensamma dikteringar (vuxna och barn skriver tillsammans) och låtsasskrivning. Genom sådana aktiviteter får barnen möta skriftspråket, dess rika förråd av ord och särskilda syntax, utan att själva kunna läsa och skriva ännu. När den vuxne läser sagor för barnen, samtalar om innehållet i det lästa och uppmuntrar barnen att ställa frågor får de öva sig att skapa inre bilder, inre representationer av textens innehåll, vilket är en viktig förutsättning för att utveckla god läsförståelse. När barnen ritar bilder, bokstavsliknande former och tecken för antal får de erfarenheter som kan bidra till att de utvecklar förståelse för skrivna symbolers funktion i samband med läsning, skrivning och matematik.

Doverborg (2000) beskriver mycket målande hur man i förskolan arbetar med natur och miljö, växter och djur och hur barnen får erfarenhet av matematikens mångfald i vår omvärld. I två teman om förskolans höns och om rönnbärsträd beskrivs hur barnen får erfarenheter av att lösa problem genom att uppskatta storlek och antal, mäta och jämföra, rita och konstruera, räkna antal och dokumentera genom att rita bilder och symboler.

Barnens egna representationer är symboler för objekt som barnen tidigare behövde fysisk tillgång till. Representationer som innehåller synliga kvantiteter som går att räkna t ex bilder på ett antal bollar, prickar på en tärning osv utgör en väsentlig *överbryggande funktion* mellan konkret räknande och formell beräkning (Treffers, 2001).

Högläsning

Då en av de viktigaste förutsättningarna för problemlösning i samband med skriven text är elevernas läsförståelse kan man anta att barns tidiga möte med skriftspråket genom väl strukturerade språklekar och högläsning i förskolan indirekt har betydelse för elevernas läsförståelse och problemlösningsförmåga i samband med matematik. Det berättas om Einstein att han vid ett tillfälle fick en fråga av en bekymrad mamma som undrade vad hon skulle göra för att hjälpa sin son som tyckte att det var svårt att förstå och lära sig matematik. ”Läs sagor!” blev det något oväntade svaret. När den bekymrade modern undrade vad hon sedan skulle göra, svarade Einstein ”Läs ännu mer sagor!”

Om anekdoten som berättas om Einstein är sann vet vi inte. Däremot vet vi att högläsning och samtal om det lästa mellan en vuxen och det lilla barnet har ett starkt samband med barnens möjligheter att lära sig skriftspråket.

Man kan inte ta för givet att barn på egen hand erövrar nya ord utifrån de ledtrådar som sammanhanget i en text ger och genom den bakgrundskunskap de har. Särskilt elever med dyslexi har ett stort behov av lärarledda förklaringar av det nya ordets innebörd och uppbyggnad (Biemiller, 2000).

Vi kan nu se att ett betydligt större antal barn går i förskolan än som var vanligt några årtionden tillbaka. Det innebär att förskolan kan spela en mycket stor roll för många barns grundläggande språkutveckling och för deras möjligheter till tidiga och positiva möten med skrift genom att de får lyssna till och samtala om sagor och berättelser.

Vi ger följande sammanfattning av de stora fördelar som finns med högläsning.

Högläsningens sju magiska punkter

1. I vardagliga samtal försöker vi förenkla och effektivisera talet utan att budskapet för den skull går förlorat. Vid högläsning uttalas orden som ingår i texten med mycket större precision och tydlighet än vad som är vanligt i muntliga dialoger. Om man dessutom då och då stannar upp och resonerar med barnen om ordens betydelse och form lär de sig så småningom deras innebörder.
2. Genom högläsningen kommer barnen i kontakt med och exponeras för ord som inte används i vardagen och de tillägnar sig på så sätt ett rikare ordförråd.
3. I skrivna texter är språket förpackat på ett annat sätt än i muntligt tal. Skriven text har andra språkliga formuleringar med bisatser, ordvändningar och satsmönster (Lundberg, 1984). Barn, som genom att man läser högt för dem, vänjer sig vid och förstår denna annorlunda förpackning av språket, kan dra nytta av det när de själva ska läsa och skriva.
4. När barnen lyssnar på sagor och berättelser övar de sig i att tolka innehållet i texten genom att skapa inre bilder, en inre föreställningsvärld där de ser saker hända och föreställer sig hur saker hänger samman. Som vi har sett tidigare visar forskning att denna kompetens, att skapa inre representationer av ett matematiskt problem, är mycket viktig för läsförståelse.
5. I möten med det skrivna språket i sagor och berättelser lär sig barnen en slags berättelsegrammatik. Sagor är oftast uppbyggda

efter en fast struktur med en *inledning* där läsaren får bakgrundsinformation om huvudpersoner, var och när händelsen utspelar sig osv. Därefter följer *handlingen* i berättelsen som ofta är en spännande intrig och till sist en *avslutning* där upplösningen av berättelsen ges. Denna berättelsegrammatik bidrar till tolkningsramar och underlättar för läsaren att skapa sammanhang och mening i texten. Barnen ser inte alltid att det finns en förbindelse mellan det de hör och det som de redan vet. Genom samtal kan barnen få hjälp att skapa sådana förbindelser mellan texten och sitt eget liv och vänja sig vid att aktivt tolka innehållet i texter.

6. Högläsning bidrar också till att skapa lust till litteraturen. I sagans värld får barnen möta spänning, äventyr, glädje, sorg och fantasi. I den matematikdidaktiska forskningen framhålls ofta just fantasi och kreativitet som viktiga komponenter i elevers problemlösningsförmåga.
7. När barnen lyssnar till högläsning får de god övning i att sitta stilla och koncentrera sig och att vara uppmärksamma och ta hänsyn till varandra. Som vi sett i forskningsöversikten har också elevers förmåga till uppmärksamhet och koncentration (energitäthet) stor betydelse i samband med problemlösning i matematik.

Högläsning framstår således med sina sju magiska punkter som central både i förskolan och i den fortsatta läsundervisningen i skolan. Men det är viktigt att läraren är kompetent och arbetar på ett strukturerat och genomtänkt sätt. Det förutsätter att blivande lärare får god utbildning och övning i högläsning och samtal under sin lärarutbildning.

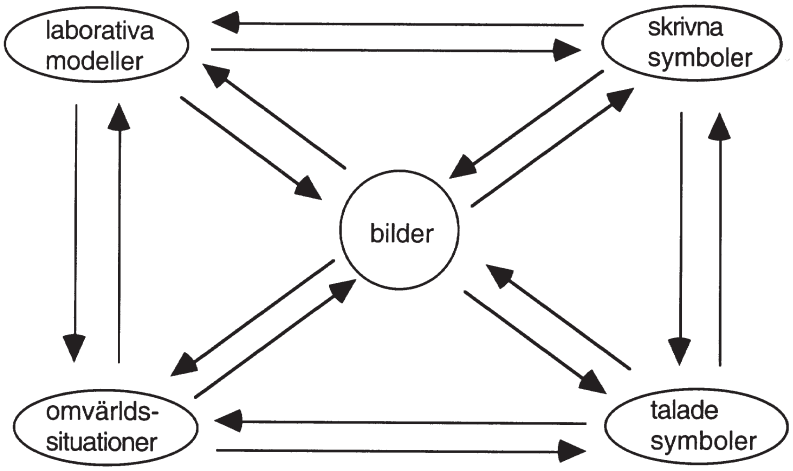
Inledande undervisning i skolan

Malmer (1999) och Grauberg (1998) föreslår att man i nybörjarundervisningen väntar med de matematiska symbolerna och inriktar arbetet mer på att låta eleverna använda sig av konkret handling, att rita bilder och tex utföra dramatiseringar för att utveckla sin matematiska kompetens. Detta kan i hög grad gagna elever med dyslexi som ofta har svårt med symbolhanteringen snarare än med den begreppsliga förståelsen.

Inom den matematikdidaktiska forskningen om elevers lärande i matematik framhålls ofta just mötet mellan deras informella kunskaper och strategier vid problemlösning som de utvecklat utanför skolan och skolmatematikens krav på bestämda lösningsstrategier, som en kritisk punkt i elevers lärande (Ahlberg, 1997; Baroody, 1987; Johnsen Høines, 1997; Mellin-Olsen, 1984). För elever i läs- och skrivsvårigheter framhålls detta som en särskilt kritisk punkt. Övergången mellan elevers informella och formella uppfattningar och strategier kan påverka elevers attityder till matematik på ett negativt sätt om de upplever att de inte

förstår. Det är därför viktigt att särskilt uppmärksamma mötet mellan barnens egna informella sätt att uttrycka sig och skolans formella språk och lösningsstrategier.

Figuren nedan visar sambanden mellan olika representationsformer i matematik. Från en händelse i vardagen eller från en konkret modell kan eleverna med hjälp av sitt eget talade språk, bilder, diagram, mönster, konstruktioner och matematiska symboler utveckla sin förståelse för matematiska begrepp och symboler.



(Skolverket, 1997, s 16)

> Lärande i matematik är en process där målet är insikt i abstrakta strukturer och relationer. Men för att nå dit vet vi som lärare att man inte enbart kan arbeta och träna med symboler. Man måste *tala matematik, anknyta till verkligheten, arbeta laborativt, börja med det konkreta, lära sig tänka*. Det är viktigt att barn får möjlighet att möta och arbeta med olika representationsformer som t ex konkreta modeller, vardagsspråk, teckningar, diagram, skriftspråk, matematikterminologi, matematiska notationer och symboler. Ordningsföljden i undervisningen mellan representationerna kan växla beroende på barn, begrepp och erfarenhet.
>
> (Emanuelsson, 1996, s 15)

Chinn & Ashcroft (1998) betonar att undervisningen i matematik för elever med dyslexi kräver tydlig, laborativ och åskådlig undervisning på *alla* nivåer. Då många av dessa elever kan vara goda problemlösare och förstå matematiska begrepp samtidigt som de kan ha svårt för grundläggande aritmetik är det betydelsefullt att eleverna får arbeta också med komplexa begrepp och problem. Detta går att lösa genom att eleverna använder olika representationsformer och miniräknare i vissa situationer, beroende på syftet med aktiviteten.

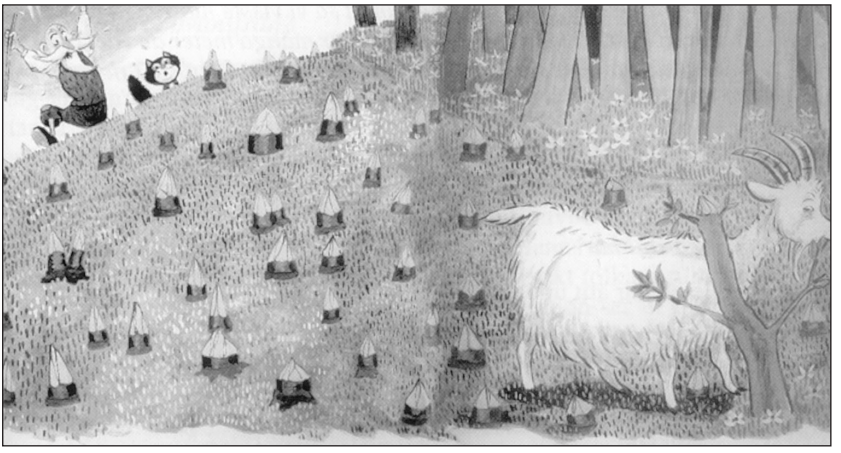
Nedan följer en kort beskrivning av ett fantasirikt och lustfyllt temaarbete i matematik som just tar sin utgångspunkt i barnens erfarenheter och nyfikenhet och där de själva får bestämma uttrycksformer.

Petter och hans 4 getter

Bergius & Emanuelsson (2000) har tillsammans med sina elever i årskurs 2 och 3 arbetat med barnboken *Petter och hans 4 getter* som utgångspunkt för matematikarbetet. Detta är ett exempel på hur man kan knyta matematik- och svenskämnet närmare varandra på ett mycket stimulerande sätt. Genom att tillsammans med eleverna ställa öppna frågor om händelser i boken har eleverna fått göra undersökningar utifrån egna frågeställningar. Det utforskande arbetet har oftast skett i grupp. Samtal, diskussioner och resonemang har inneburit att eleverna ställt hypoteser och dragit slutsatser, beskrivit egna idéer och lyssnat till andras. I arbetet har man tillsammans gjort upptäckter av relationer mellan tal, talföljder, kombinatorik, relationer inom och mellan objekt, geometriska grundbegrepp, mätningar osv. Eleverna har muntligt och skriftligt berättat om sina upptäckter. De har presenterat sina arbeten och sina erfarenheter på olika sätt, i texter, bilder, diagram, symboler och laborativa modeller. Detta är ett rikt exempel på hur man redan i den grundläggande undervisningen låter barnen möta matematikens mångfald och inte enbart fokusera på siffror och tal. Här följer några av de frågeställningar man arbetat med:

> Fjärde geten hette Vit.
> Den var känd för sin aptit.
>
> Hur såg det ut innan geten Vit ätit upp skogen?
> Hur ser det ut ovanför skogen?
> Hur mycket har geten ätit? Hur många träd?
> Hur många meter träd?
> Hur bar sig geten åt?
> Hur ser det ut bakom kullen?
> Hur ser det ut ovanifrån?
>
> (s 155)

En poäng med arbetssättet är att eleverna själva är delaktiga i att ställa frågor som de vill ha svar på samtidigt som lärarna ställer reflekterande frågor som kan hjälpa eleverna att utveckla och förädla de tankeformer de redan har om olika matematiska begrepp och sammanhang. Den breda synen på matematik i omvärlden som genomsyrar temaarbetet står i bjärt kontrast till den syn som många elever utvecklar redan på lågstadiet, nämligen att matematik är när man räknar i matteboken. Arbetssättet och val av innehåll gör också att alla elever kan delta utifrån sina förutsättningar även om de är i läs- och skrivsvårigheter. Men en särskilt viktig



poäng är att dessa elever får utmaningar som gäller deras matematiska tänkande och inte att de bara ”hänger med” på att t ex rita och måla.

Tala, rita, skriva matematik

En viktig del i elevernas lärande är att utveckla ett väl fungerande ordförråd och att de får tillräcklig övning i att använda ord och uttryck som är viktiga för matematiken i olika sammanhang. Som vi har sett tidigare i rapporten är detta ett område som kan vålla problem för elever i läs- och skrivsvårigheter och undervisningen i matematik bör därför vara inriktad mot att eleverna i tillräckligt hög grad får möjlighet att kommunicera om de begrepp de arbetar med. Ahlberg (1995) och Johnsen Høines (1987) beskriver hur nybörjarna i skolan kan arbeta med problemlösning genom att använda muntlig kommunikation och skriftliga noteringar och bilder och kan på så sätt undan för undan utvidga och införliva matematiska ord och uttryck i sitt eget ordförråd. Samtidigt bör det påpekas att kommunikation och samarbete i sig inte garanterat leder till att eleverna utvecklar sin begreppsliga förståelse för matematik och det är därför viktigt att lärare har goda kunskaper om sina elevers utveckling och om den matematik de ska lära sig. Lärarens aktiva roll i de matematiska samtalen och vikten av att ställa utmanande frågor som leder till reflektion och insikt har betonats många gånger i kunskapsöversikten.

Problemlösning i 5 faser

Ahlberg (1995) beskriver hur barn löst textuppgifter där det matematiska innehållet presenterats på olika sätt. Till en början har uppgifterna inget aritmetiskt innehåll. Innehållet presenteras i form av en berättelse

Tack till Valentins förlag för tillstånd att använda bilden från boken Petter och hans 4 getter.

med anknytning till barnens egna erfarenheter. Eftersom läraren presenterar berättelsen muntligt är barnen inte beroende av att kunna läsa. Tanken är att barnen ska använda sin fantasi och kreativitet för att göra personliga tolkningar och lösningar på problemet. Berättelserna är rika på information och barnen får från början vänja sig vid att försöka tolka innehållet i berättelsen, formulera uppgiften med egna ord och finna en lämplig lösning. När de i det uppföljande samtalet berättar om sina lösningsförslag och tar del av andras kan deras förståelse för uppgiften vidgas och fördjupas. Okända ord och ord som barnen har en diffus uppfattning om kan genom lärarledda samtal förtydligas. De lär sig också att det tar tid att lösa problem och de uppmuntras att använda sin egen fantasi.

I den andra fasen förs numerisk information in i berättelserna men det finns fortfarande alternativa lösningar som inte inbegriper räkneoperationer.

Ballonger till kalaset

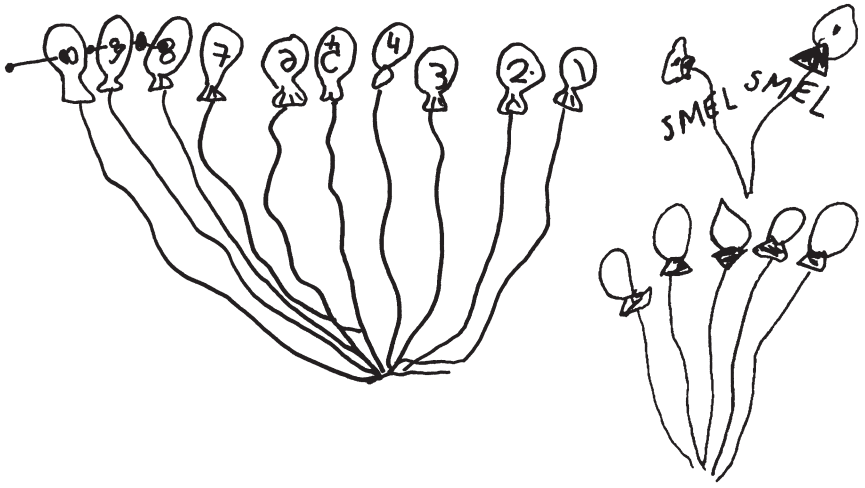
Idag fyller Lena sex år. Hon ska ha födelsedagskalas och har bjudit hem några kamrater. Lena och hennes mamma håller på och bakar en tårta med maränger och grädde. Det ska bara vara fem barn på kalaset, så barnen kommer att få en stor tårtbit var. När barnen har ätit tårtan ska de leka. I en av lekarna ska de ha ballonger. Lena går och hämtar ballonger som hon har i en påse och Per börjar blåsa upp dem. Varje barn ska ha två ballonger så Per blåser och blåser. Han får ont i munnen. "Pang" nu smäller en ballong ... och en till.

– Ballongerna räcker inte om du håller på så där, säger Lena ilsket till Per.

– Nej ballongerna räcker inte, svarar han. Det finns bara 7 stycken.

– Oj då, hur ska vi göra då? Vi måste genast lösa detta på något sätt, säger Lena.

(s 157–158, bilaga 2:1)



I det påföljande arbetet införlivas så numeriska beräkningar, berättelser med uppskattning och till sist textuppgifter som ibland kräver beräkningar i flera steg. I alla faser av undervisningen möter eleverna uppgifter som anknyter till deras föreställningsvärld och det matematiska innehållet presenteras på olika sätt. Det finns inte bara ett enda rätt svar och problemen kan ha flera lösningar. Genom att eleverna först arbetar med uppgiften på egen hand och sedan diskuterar förslag på lösningar i mindre grupper får de tillfälle att reflektera både över sina egna och andras förslag till lösningar. Ahlberg (1999) betonar att den inledande undervisningen till stor del formar barnens kommande attityder och inställning till matematikämnet varför det är särskilt betydelsefullt att lägga stor vikt vid val av innehåll och arbetssätt de första skolåren. Hon menar att tal, räkning och matematiska begrepp bör synliggöras och på ett naturligt sätt anknytas till barnens erfarenheter och förbindas med den formella matematiken.

Formulera egna problem

Eleverna ska inte bara lära sig lösa textuppgifter och problem som redan är färdigformulerade. En viktig aspekt i lärande är att kunna formulera problem, diskutera problem och lösningsmetoder samt analysera och värdera de resultat de kommit fram till (Kilborn, Johansson & Lundin, 1984).

Sandahl & Unenge (2000) ger exempel på ett arbetssätt som innebär att eleverna först arbetar med att lösa givna problem muntligt och skriftligt för att i nästa steg formulera egna problem.

En uppgift som beskriver en situation presenteras av läraren:

> Eva och Karin stiger in i en hiss. De åker upp sex våningar och sedan ner åtta våningar. Där går de ur hissen och upptäcker att de är på tredje våningen. På vilken våning började hissfärden?

1. Eleverna ska först individuellt försöka formulera en idé till lösning.
2. Parvis eller i små grupper diskuterar eleverna sina idéer och förslag till lösningar.
3. Man enas om en lösning som man vill presentera för klassen och vilka argument man kan ha för denna. Genom diskussioner om olika förslag till lösningar får eleverna ta del av andras uppfattningar och idéer vilket kan bidra till att utveckla elevernas begreppsuppfattning. De får öva sig i att muntligt uttrycka sina idéer så att andra kan förstå.
4. Eleverna får skriftligt formulera liknande uppgifter som behandlar samma typ av *räknehändelse.*

5. I samband med *öppna uppgifter* där det finns flera möjliga lösningar kan eleverna försöka hitta så många lösningar som möjligt och sedan formulera egna liknande uppgifter.

(s 81–83)

När eleverna formulerar egna problem måste de skapa ett logiskt sammanhang i texten som de producerar så att den blir begriplig för läsaren. De måste också skapa sammanhang mellan texten och den eventuella numeriska information som ges, vilket också ställer krav på viss omvärldskunskap. Genom att formulera egna skriftliga problem och lösa kamratens problem får eleverna öva både läsförståelse och att strukturera sina tankar och sitt språk i skrift.

Kunskap om tal

Stern (1999) betonar behovet av att elever i läs- och skrivsvårigheter får laborera med verkliga objekt och åskådligt materiel. De får pröva att sortera, gruppera, skapa och upptäcka mönster. Hon menar att elever i svårigheter inte lär sig effektivt genom att i den inledande undervisningen arbeta med bilder och genom att manipulera med siffror i matteböcker – det är själva det *fysiska handlandet* i samband med att de sätter ord på och kommunicerar om sina undersökningar och upptäckter som är viktiga. Som vi sett i studien utvecklas elevers lärande från konkreta erfarenheter av handlingar och objekt till inre föreställningar och *tänkande om tal*. Stern påpekar att för elever i läs- och skrivsvårigheter är det särskilt viktigt att lärare försäkrar sig om att eleverna förstår vad de gör, att de får arbeta multisensoriskt och att de får hjälp att utveckla sitt tänkande och att göra generaliseringar.

De tio första talen

Att utveckla god taluppfattning innefattar bl a att eleverna förstår och kan handskas med alla talfakta inom de tio första talen. Det innebär att de tex vet att 4+5 är 9 och 8–3 är 5 utan att behöva räkna på talsekvensen. Sådana grundläggande kunskaper om tal utnyttjas när man gör beräkningar inom större talområden. Ett sätt att synliggöra de tio första talens helhet-del-del är att gruppera talen på sina fingrar i sk fingertal (Neuman, 1989). Genom att gruppera talen på fingrarna kan barnen upptäcka struktur och mönster i talsystemet och de behöver inte räkna framåt och bakåt på räkneramsan ett steg i taget.



Genom att eleverna till en början löser små muntliga subtraktionsuppgifter kan de se helhet-del-del inom varje tal. Exempel: Du har 9 karameller och äter upp fyra stycken. (Eleven lägger fingertalet för nio).



VIIII

Eleverna viker in fyra fingrar som symboliserar den delen som de äter upp och ser att de har kvar den andra delen (fem stycken) av den ursprungliga helheten.



V

Geary (2000) påpekar att elever kan ha särskilt svårt att skapa associationer mellan helhet-del-del eftersom de har svårt att hålla de ingående delarna aktuella i arbetsminnet under tiden som de försöker lösa en uppgift. När eleverna grupperar talen på sina fingrar får de hjälp att avlasta minnet samtidigt som de kan ha kontroll över både de ingående delarna i det aktuella talet och helheten. Genom att också använda de romerska siffrorna i en övergång till våra hindu-arabiska symboler för de tio första talen och upp till 20 underlättas symbolhanteringen för elever i svårigheter, eftersom de romerska symbolerna tillåter att man ser talen mellan 6 och 10 som grupperingar av 5 plus något.

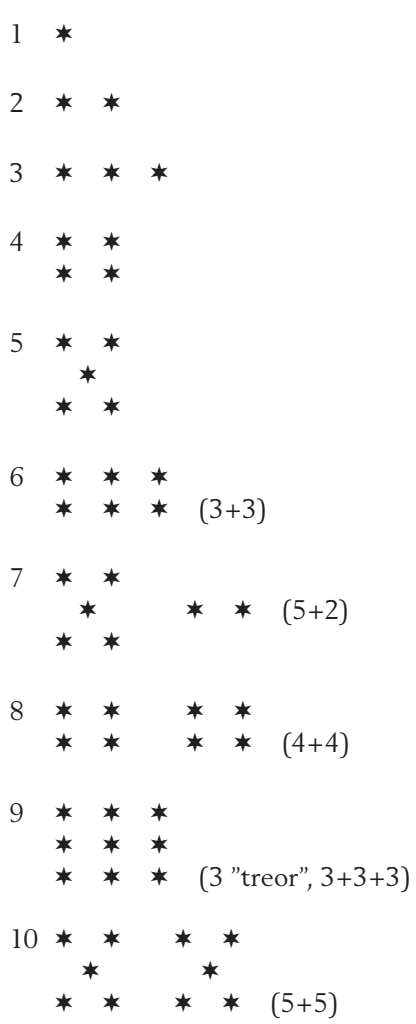
Exempel: Ni är åtta barn på kalaset. Efter några timmar går tre barn hem. Hur många är ni då?

VIII – III = V

Den synliga femstrukturen i de romerska siffrorna underlättar för eleverna att uppfatta talen mellan sex och tio som 5+ någonting (6= 5+1, 7=5+2 osv) vilket de kan dra nytta av när de handskas med tal i större talområden.

Bilder av tal

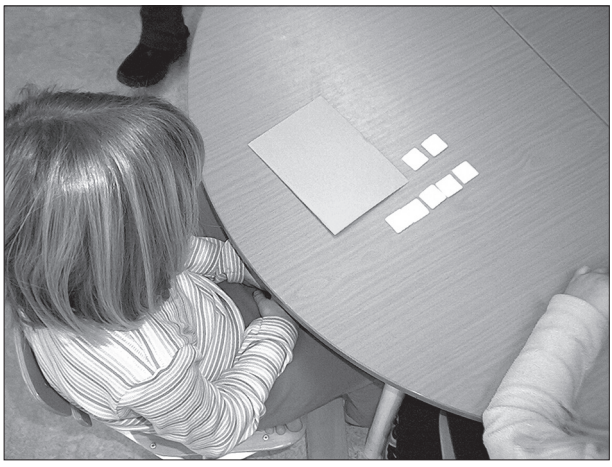
Att se tal som en kombination av mindre tal kan också hjälpa elever att skapa inre talföreställningar (Chinn & Ashcroft, 1998), tex:



Gömda tal

En aktivitet som också kan bidra till att eleverna lär sig föreställa sig objekten som de laborerar med är att leka ”gömda tal” (Neuman, 1989; Buys, 2001).

Eleven räknar en mängd bestående av tex 10 knappar. Läraren gömmer (täcker över) 3 stycken och eleven talar om hur många som är synliga och hur många som är gömda. Eleven lägger tex talet 175 med tiobasmateriel och talar om vad som fattas sedan läraren gömt två tiotal.

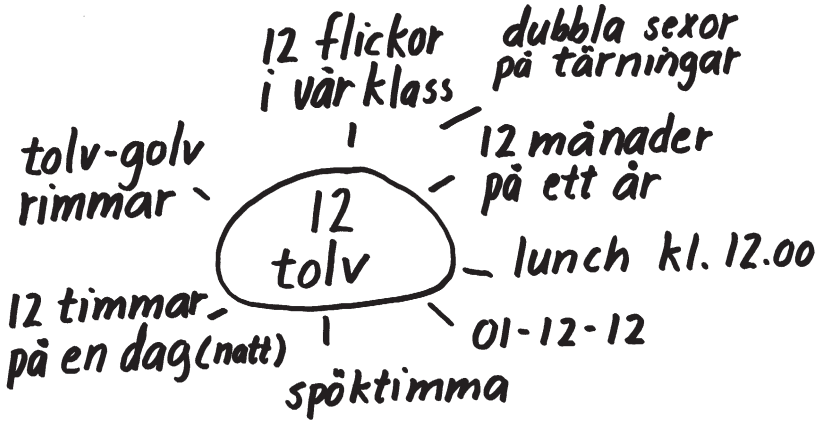


Gömda tal

Tal i omvärlden

Tal kan ha många olika betydelser för eleverna beroende på vilka erfarenheter de har. Talet 12 kan tex referera till ålder, födelsedatum, årets 12 månader, 12 timmar på klockan, det högsta kastet med två tärningar osv. Elevers kompetens för att göra beräkningar beror mycket på vilka erfarenheter de har. Hur många dagar är det på två veckor? För att eleverna ska kunna ge ett rimligt svar krävs att de vet hur många dagar det är på en vecka. Om de ska uppskatta hur långt man kan promenera på fyra timmar måste de ha någon uppfattning om hur långt man kan promenera på en timma.

Exempel på gemensamt samtal och tankekarta om talet 12

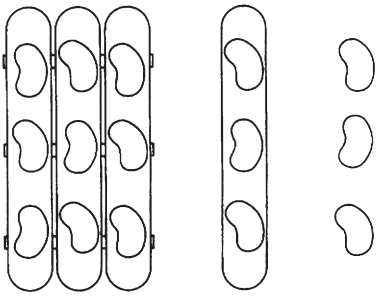


I gemensamma samtal mellan lärare och elever får eleverna möjlighet att reflektera över relationer mellan tal och omvärlden samt egna erfarenheter och kunskaper som är relevanta i sammanhanget. Elever i lässvårigheter har ofta en passiv hållning till texter som de läser (Lundberg, 1984) och mobiliserar inte kunskaper som de har och som är relevanta för tolkningen av innehållet i texten. Eleverna behöver hjälp och stöd att utveckla en mer aktiv hållning till olika innehåll både i muntliga och skriftliga sammanhang.

Mönster och proportionella samband

I en artikel i Nämnaren beskriver Curcio & Schwartz (1998) hur konkret arbete med olika materiel utvecklar barns tänkande om matematiska idéer.

Författarna påpekar att om man vill stimulera och uppmuntra barnens algebraiska tänkande måste man frigöra sig från vuxnas uppfattningar om att algebra betyder att lösa ekvationer med x och y. Istället bör man inrikta sig på möjligheten till generalisering, vilket brukar framhållas som styrkan i att låta bokstäver och andra symboler stå för tal. ”Generalisering växer fram ur ett igenkännande av mönster och relationer och en analys av dessa förhållande, varav många har att göra med multiplikation och proportionalitet” (s 16). I artikeln beskrivs en aktivitet som introducerades för att utmana barns tänkande kring mönster och proportionella samband. Materielet bestod av bönor, stickor med tre bönor påklistrade och flottar gjorda av tre bönstickor.



1. Spelet går ut på att barnen ska samla bönor genom tärningskast. När de fått ihop tre bönor växlar de mot en bönsticka.
2. När de fått ihop tre bönstickor växlar de dem mot en flotte.
3. Spelet är slut när båda spelarna fått en flotte.

Curcio & Schwartz påpekar att barnens tidigaste erfarenheter som ligger till grund för proportionalitetstänkande och byte av talenhet hör samman med deras kropp. Fem fingrar kan tex relateras till en hand, 10 fingrar till två händer. Utan att göra symboliska notationer kan multiplikativa relationer, förhållandet 5:1, utvidgas till proportionalitet. Fem fingrar förhåller sig till en hand på samma sätt som tio fingrar förhåller sig till två händer, dvs som 5:1 och 10:2. De föreslår att man praktiskt låter barnen associera till vantar och handskar. Man kan laborera och samtala om en hand i en vante eller fem fingrar i en handske. En hand

kan vara både ett och fem på samma gång dvs en hand och fem fingrar. En bönsticka kan på samma sätt representera ”ett” och ”tre” på samma gång. En böna och en bönsticka kan representera en enhet. Genom att låta barnen spela med bönor och stickor och genom att samtala med barnen kan läraren få förståelse för barnens tänkande och vilka strategier de använder. Utifrån en sådan förståelse kan läraren planera aktiviteter och samspel med barnen vilka behandlar proportionella samband och byte av talenhet. Detta kan i sin tur utgöra en god grund för förståelse av positionssystemets idé om platsvärde.

Talens struktur

Jämte samtal om tal, och tal i omvärlden behöver talens struktur uppmärksammas och synliggöras inom större talområden. Treffers (2001) påpekar att det är just strukturering som gör det möjligt att göra beräkningar i större talområden utan att räkna ett steg i taget uppåt och nedåt på talsekvensen. Nedan beskrivs några olika sätt eller modeller att gruppera tal (Treffers, 2001, s 45, vår övers).

Linjemodell

Talens struktur kan synliggöras med hjälp av linjemodeller som tex kulraden och tallinjer. Genom att kulorna är ordnade i femsekvenser kan talen lätt associeras till barnens fingertal (7 är tex 5 och 2 till).



Exempel på muntliga övningar:

Kan du hitta talen 5, 10, 15, 20 osv?
Vilket tal kommer före …? Efter …?
Räkna bakåt från 20 till 0.
Räkna på multiplar av 2 framåt och bakåt.
Addera tal via ”tian” (Ex: 8+5 löses som 8+2+3).
Subtrahera tal via ”tian” (Ex: 15–7 löses som 15–5–2).
Addera och subtrahera med hjälp av ”dubblor”.
Addera och subtrahera med hjälp av ”nästan dubblor”.
Gissa mitt tal (Man får bara fråga om talet är *större än* eller *mindre än*).
Gissa mitt tal (Mitt tal är udda, större än tolv men mindre än tjugo och innehåller tre ental).

Fem- och tiosekvenser

När eleverna uppfattar talen på kulraden utan problem kan de arbeta med tallinjer som är uppdelad i t ex fem- eller tiosekvenser och försöka att lokalisera olika tal. (Ex: Kan du peka på 5, 10, 15, 20; 1, 19, 11, 9, 4, 17 etc).

Frågan *Vilket tal kommer före* respektive *Vilket tal kommer efter* är viktiga för att eleverna ska kunna föreställa sig var på talraden talen finns.



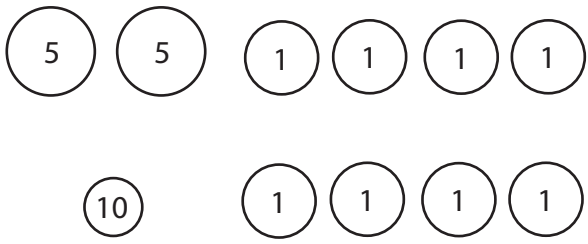
Gruppmodell

Talen upp till tjugo kan grupperas och delas upp i ental, femtal och tiotal med hjälp av olika representationer som ”tallies”, en representation som är nära knuten till att räkna men där talens grupperas. Talet 14 t ex representeras som 5 plus 5 plus 4:



Händernas fingrar kan på motsvarande sätt representeras av två händer plus fyra fingrar till. Gruppmodeller av tal kan också skapas med hjälp av laborativt materiel som knappar, räknestavar (5-stavar och 10-stavar ev med entalsmarkeringar samt entalsstavar). I dessa gruppmodeller går objekten fortfarande att *räkna*.

Pengar är en mer abstrakt gruppmodell. Man kan visserligen växla enkronor till femkronor och femkronor till tiokronor, men entalen är inte längre synliga, de går inte att räkna. Talet 14 kan med hjälp av pengar representeras som:

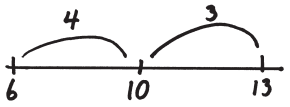


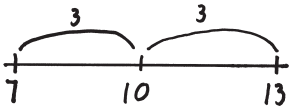
Att strukturera tal genom att använda dubblor, nästan dubblor, 5-grupper och 10-grupper på tallinjer och olika gruppmodeller hjälper eleverna att göra talen synliga och att ge dem en klar position i förhållande till andra tal. När undervisningen är inriktad mot att eleverna ska förstå

samband mellan tal kan eleverna också inse att när de lärt sig vissa talfakta kan de i själva verket härleda andra talfakta ur detta.

Exempel: 6 + 7 = ?

Om eleven vet att 7 är 4+3 kan de genast placera talen på kulraden som 6+4+3 eller som 7+3+3. En annan strategi är att utnyttja "dubblorna" dvs 6+6+1 eller som 7+7–1. På en tom tallinje kan tex en lösning se ut så här (Treffers, 2001, s 49):





Om elever ska utveckla en god taluppfattning behöver de laborera med åskådligt materiel, representera tal på kulrader och tallinjer och i gruppmodeller, samtala om tal, läsa tal, skriva tal, tänka på talen i olika representationsformer i sitt inre och till sist göra formella beräkningar utan åskådligt materiel. Kibel (1992) betonar särskilt vikten av att eleverna får sätta egna ord på de operationer som de utför i alla faser av laborerande, visualisering och beräkningar som de gör. Genom att förklara vad de gör, ser och tänker, kan eleverna lära sig att reflektera över matematiska operationer och höja sig över det konkreta laborerandet med föremål och andra representationer för tal. Språket i sig räcker för att frammana inre representationer. Som vi har sett tidigare är det ofta gynnsamt för elever i lässvårigheter att slå över till den auditiva kanalen, dvs att formulera sina tankar högt i samband med problemlösning och beräkningar.

Det är inte bara i muntligt arbete som undervisningen bör gå från konkret handling till formell beräkning. Även i skriven form bör läraren lägga vikt vid att eleverna förstår olika operationers innebörder. Nedan ges exempel på skriftligt arbete som kan vara till stöd för elever som upplever att symbolisering är svårt. Genom att rita pilar kan eleverna göra beräkningar där de kopplar samman operationer som de gjort på tallinjen med det formella matematiska språket (Treffers, 2001, s 49).

Exempel: 7+6=?

$$7 \xrightarrow{3} 10 \xrightarrow{3} 13$$

$$6 \xrightarrow{6} 12 \xrightarrow{1} 13$$

$$7 \xrightarrow{7} 14 \xrightarrow{-1} 13$$

Treffers (2001) påpekar att även om eleverna finner egna strategier är det mycket viktigt att lärare försäkrar sig om att de förstår metoden att göra beräkningar via tiotalen eftersom den utgör den största potentialen för att kunna göra effektiva beräkningar inom större talområden.

Att ha en känsla för tal

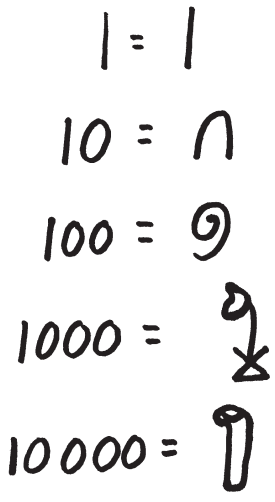
Det är enligt Chinn & Ashcroft (1999) ytterst viktigt att lärare lägger sig vinn om att skapa en undervisning som hjälper elever med dyslexi att utveckla en känsla för tal och en begreppslig förståelse för tals värde och relationer till andra tal och till omvärlden. En känsla för tal kan tex innebära att man uppfattar vissa tal som "vänliga" (nice) tal. Talet 48 är tex ett sådant vänligt tal i relation till talen 6 och 24 vilket talet 47 däremot inte är. Eleverna behöver:

- uppfatta storleken eller värdet av ett tal,
- känna igen vilka tal som ligger nära det aktuella talet,
- veta hur nära det är till andra tal, särskilt "nyckeltal" som 10-tal, 100-tal osv,
- om det är större eller mindre än vissa andra tal och ungefär hur mycket,
- relationer till andra tal (dubbelt så mycket etc).

(s 35)

Positionssystemet

En del tidigare talsystem använde principen om repetition av symboler på ett sätt som inte byggde på siffrors platsvärde. I det egyptiska talsystemet reflekteras siffrornas innebörd på så sätt att det finns sex tio-symboler i symbolen för talet sextio (Emanuelsson m fl, 1996; Lindberg & Kuijl, 1991).



Denna åskådlighet med hänsyn till innebörd kan vara ett skäl till att låta elever möta de egyptiska talsymbolerna innan de griper sig an uppgiften att undersöka och förstå vårt mer abstrakta decimala platsvärde-system. Eftersom det egyptiska talsystemet inte är ett positionssystem spelar det ingen roll vilken plats enskilda symboler har. Symbolen för 1000 betyder alltid 1000 oavsett var den står. Detta kan vi jämföra med vårt positionssystem där ju en siffras plats är av avgörande betydelse för dess värde. Vid jämförelse mellan de två talsystemen kan nollans betydelse för att markera en tom mängd förstås. Med tanke på att just hantering av symboler i

samband med positionssystemet är svårt för många elever i läs- och skrivsvårigheter kan arbete med de egyptiska symbolerna vara ett utmärkt sätt att utveckla begreppslig förståelse för symbolers funktion och innebörd, väl värt att pröva i undervisning.

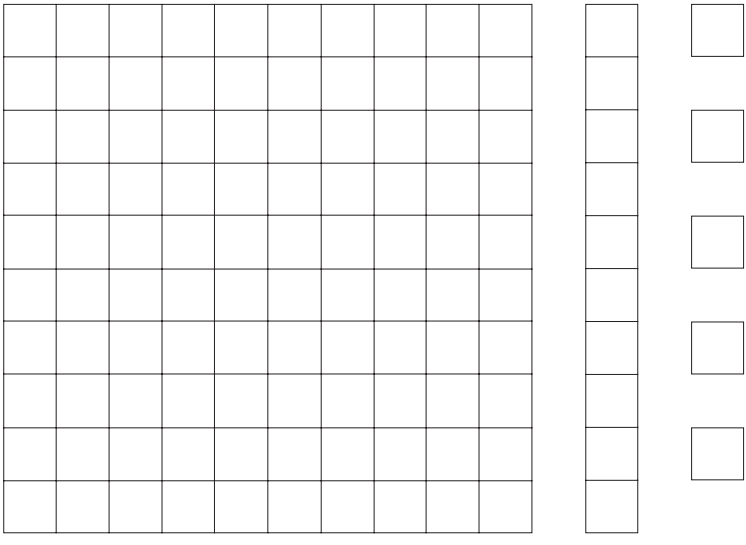
> Skriv med hjälp av dessa tecken:
> 64 376 206 4763 3048
>
> (Kilborn m fl, 1984, s 25)

Eleverna kan också skriva tal med egyptiska tecken och byta med sina kamrater som får tyda dem, jämföra och göra överföringar till vårt talsystem. De kan tillverka papyrusrullar av brunt omslagspapper och skriva text och sifferuppgifter (Emanuelsson, m fl, 1996).

> Jag är född...
> Mitt telefonnummer är...
> Dagens datum är...
>
> (s 105)

Ental, tiotal och hundratal

En viktig aspekt som ibland tar lång tid för elever att förstå är relationer mellan ental, tiotal, hundratal osv. Med hjälpa av åskådligt materiel kan eleverna upptäcka att tio ental också är ett tiotal, att tio tiotal också är ett hundratal etc. Fördelen med tiobasmateriel är att tiotalsstaven är tio gånger så stor som entalskuben och hundraplattan är tio gånger så stor som tiotalsstaven.



– Henderson & Miles, (2001) föreslår att eleverna till en början får undersöka och laborera med materielet på egen hand och att läraren uppmuntrar eleven att fritt berätta om sina tankar och funderingar över materielets syfte.
– Därefter löser eleverna olika uppgifter och beskriver muntligt vad de gör. Detta är enligt Henderson & Miles mycket viktigt och symboler används inte förrän eleverna löser muntliga problem med god förståelse och där de kan koppla samman språk och handling.
– När eleverna förstår syftet med tiobasmaterielet och hur det kan illustrera positionssystemets idé, beskriver eleverna sina handlingar muntligt och uttrycker dem i matematiska symboler. Detta är ett mycket viktigt steg.
– När eleven kan beskriva matematiska operationer muntligt, tänka på dem i huvudet och använda skrivna symboler behövs inte materielet längre.

(s 24–25)

Som vi sett tidigare är en förutsättning för att eleverna ska utveckla begreppslig förståelse med hjälp av laborativa materiel att lärare har goda kunskaper om elevernas förutsättningar och behov och att man har en genomtänkt plan för sin undervisning.

Spela bank

Deltagare: 2–4 deltagare.
Materiel: Tärning, en eller flera beroende på svårighetsgrad.
Pengar: Enkronor och tiokronor. (Utvidgas efter hand).
En person sköter banken.

Deltagarna slår tärningarna i tur och ordning och får av banken lika många kronor som tärningen visar. Så fort en deltagare har tio 1-kronor växlar man till en 10-krona och säger ”en gånger tio är tio”. Att sätta ord på handlingen kan för elever med dyslexi bidra till att tydliggöra begreppet. Först till 100 kronor vinner.

Efter hand kan man utöka talområdet genom att spela med tärningar med fler valörer.

Hundrakort

Ett hundrakort är också ett utmärkt redskap med vars hjälp lärare och elever kan undersöka talsystemet (Henderson, 1998). Det illustrerar regelbundenheten för hur tal och siffror är grupperade och den logiska strukturen i talmönster. Det kan hjälpa eleverna att skapa inre mentala bilder. Med ett hundrakort på overhead-apparaten kan man gemensamt undersöka tal och talmönster.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exempel på aktiviteter:

Vilka tal är multiplar av 2? Ringa in dem på ditt eget hundrakort.
Vilka mönster ser du? Vilka ental återkommer? Udda, jämna tal ...
Vilka tal är multiplar av 4? Rita en triangel runt de talen.
Vilka mönster kan vi se nu? Ser du några samband mellan multiplar av 2 och multiplar av 4?
Leta efter en rad där alla tal börjar med 5.
Finns det någon kolumn där alla tal slutar med 2?
”Jag tänker på ett tal som är större än 20, men mindre än 25. Mitt tal är udda och kan divideras med 3.”
Starta på talet 14 och räkna på 10-sekvensen. Vilket mönster finner du?
Starta på 98 och räkna bakåt på 9-sekvensen. Måla dina tal som du hamnar på. Vad ser du för mönster i entalen? Vad ser du för mönster i tiotalen?

(Henderson, 1998, s 30, vår övers)

Eleverna kan också parvis och enskilt arbeta med 100-korten för att undersöka samband och mönster.

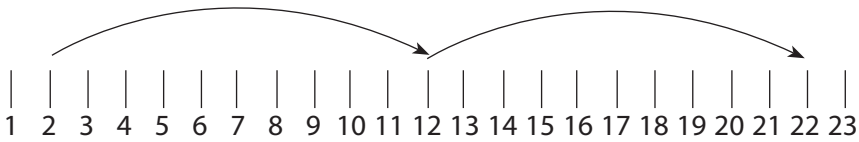
Lärare bör vara medvetna om att det krävs många tillfällen att undersöka och laborera med tal genom åskådligt arbete och samtal och många tillfällen till liknande aktiviteter för att utveckla förmåga att skapa inre representationer av talen. Med tanke på att vardagslivet och yrkeslivet kommer att ställa stora krav på människors kompetens att uppskatta, göra överslagsberäkningar och räkna i huvudet är det dock väl motiverat att lärare lägger sig vinn om att ge eleverna tillfällen att utveckla kunnande om talsystemets struktur.

Mer om tallinjer

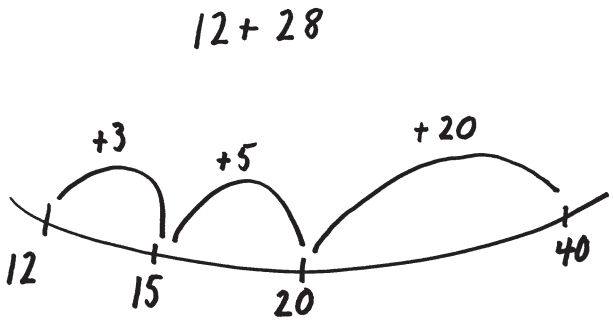
I den didaktiska litteraturen förekommer många exempel på hur elever arbetar med tallinjer för att utveckla förståelse för relationer mellan tal och för att utveckla effektiva strategier vid beräkningar.

Eleverna kan t ex undersöka multiplar av tio på en talrad där siffrorna är utsatta. När elever lärt sig röra sig fram och tillbaka på talraden med hjälp av jämna tiotalsgränser är det viktigt att de gör överföringar till vilka tiosekvenser som helst (Chinn & Ashcroft, 1998).

Exempel: Starta t ex på talet 2 och räkna på tiosekvensen. Rita med hjälp av linjer och pilar in vilka tal du möter.



Tomma tallinjer där eleverna själva markerar talen kan hjälpa dem att utveckla föreställningar och tankar om tal. Utan förmarkerade intervaller kan tal representeras på ett flexibelt sätt och eleven kan använda ”hopp” för att illustrera olika steg i en beräkning (Anghileri, 2000). När eleven själv markerar tal på sin tallinje måste hon reflektera över tals relationer till andra tal.



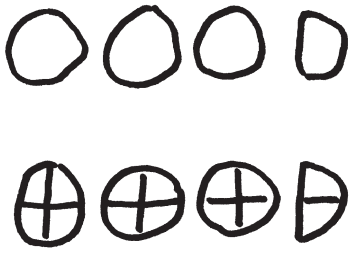
(s 63)

Individualisering

I dagens skola innebär individualisering ofta att eleverna får räkna var och en i sin egen takt i en lärobok medan läraren går runt och handleder (Löwing &Kilborn, 2002). I våra styrdokument framhålls å andra sidan nödvändigheten av gemensam problemlösning och kommunikation. Olsson (2000) ger exempel på hur elever kan arbeta med ett gemensamt problem genom att vardagsanknyta det.

> Du har tre och en halv pizza. Hur många fjärdedels pizzabitar kan du få?
>
> (s 6)

Några elever löser problemet genom att rita bilder:



Andra löser det med hjälp av matematiska symboler: $\frac{3\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$

Löwing &Kilborn, (2002) framhåller att om elevernas kompetensnivå för ett begrepp är högre än deras aritmetiska kompetens kan man ändå arbeta tillsammans i klassen. De ger följande exempel :

> Stina har 3863 kr på banken. Banken har lovat henne en räntesats på 3,7 %. Till hur mycket har Stinas pengar vuxit efter fyra år?
>
> (s 109)

Om det är aritmetiken som är problemet kan man i det gemensamma arbetet föra resonemang om tex begreppen procent, räntesats och ränta på ränta. Den aritmetiska svårighetsnivån anpassas sedan individuellt till enskilda elever eller grupper av elever genom ”aritmetikdopning”. Det innebär tex att man byter ut 3863 kr mot 4000 kr, 3,7 % mot 4 % och fyra år mot två år.

Min matematik var ett läromedel som kom i samband med Lgr-80 där betoningen på elevers vardagskunskaper och problemlösningsförmåga betonades starkt. Det intressanta med detta läromedel var att det var uppbyggt kring en rad temaarbeten och problemlösning som sker i klassens gemensamma arbete. Däremot hade man lyft ut aritmetiken, den skulle eleverna arbeta med individuellt eller i små grupper. Detta

kan tjäna som exempel på en undervisning som är bra för alla barn men som särskilt gynnar elever i läs- och skrivsvårigheter vars bekymmer ofta handlar just om aritmetik.

Miniräknaren

Det finns många möjligheter att använda miniräknaren som metodiskt hjälpmedel. Positionssystemets idé, att om ett tal flyttas ett steg åt vänster blir det 10 gånger större, kan göras synligt för eleverna om vi ber dem undersöka vad som händer om de tex uppmanas att:

– knappa in talet 5 (Vad är femman värd nu? Vad kan det finnas 5 av i vår omvärld?).

– knappa in ytterligare ett tal, tex 4. Vad händer med 5:an? Den flyttas en steg åt vänster. Hur mycket är den värd nu?

– knappa in ytterligare två tal, tex 7 och 4. Nu står det 5474 i fönstret. Hur mycket är 5:an värd?

I Emanuelsson m fl (1996) ges många exempel på miniräknarens möjligheter som metodiskt hjälpmedel, räknetekniskt hjälpmedel, motivationstekniskt hjälpmedel och som ett individualiserande hjälpmedel. Här följer några fler exempel med miniräknaren som metodiskt hjälpmedel.

> Knappa in talet 5474 och utför sedan en enda beräkning så att de båda 4:orna ersätts med nollor.
>
> Genom att mata in 25 + = = = ... vandrar eleverna framåt med ”25-steg”. De ska tänka ut vilket tal som följer innan de trycker på =-tangenten för att kontrollera.
>
> Läraren eller en kamrat matar ”i smyg” in tex 900 – 25 = och lämnar miniräknaren till en elev. Genom att upprepade gånger trycka på = - tangenten ska eleven tänka ut vad som händer och förutsäga nästa tal. Uppgiften kan varieras för olika elever genom att man frågar ”vill du ha en lättare eller svårare uppgift?”.
>
> Eleverna kan upptäcka, beskriva eller bekräfta enkla matematiska samband tex vad som händer med olika tal vid division med 10, 100, 1000 osv, eller undersöka vad som händer när man dividerar ett tal med ett positivt tal mindre än 1, tex 0,5.
>
> (s 130–131)

Eleverna kan undersöka vilka mönster de kan hitta bland decimalerna när man tolkar bråkstrecket hos enkla bråk som ett divisionstecken. Börja tex med att dividera 1 med 2, 4, 8, 3, 11 och 13.

Miniräknaren kan vara ett motivationsskapande hjälpmedel och kan för elever i svårigheter innebära en dramatisk förändring då de kan slippa det tunga beräkningsarbetet med algoritmerna. I artikeln påpekas att miniräknaren indirekt kan vara en hjälp på vägen mot att leva upp till kursplanens intentioner, tex "en kreativ och undersökande aktivitet som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition". Genom att hämta uppgifter direkt från verkligheten, tex ur tidningar, kan vi visa användningen av matematik utanför skolan och på det sättet också öka elevernas motivation. Detta kan också vara motiverat med tanke på tidigare resonemang om elevers svårigheter att knyta traditionella matematiska textproblem till sin egen vardagserfarenhet. Å andra sidan betonas vikten av att eleverna inte blir slavar under miniräknaren istället för slavar under algoritmerna och att de får tillfälle att utveckla sin taluppfattning och sina färdigheter i huvudräkning. Nedan följer några exempel ur Emanuelsson m fl (1996) på aktiviteter där eleverna får arbeta med sin taluppfattning:

> ***Fula fyror och fina femmor***
> I de första uppgifterna ska du försöka att ta bort alla "fula fyror".
>
> | Mata först in talet... | ...och skriv här vilket tal du subtraherar med... | | ... för att få svaret |
> |---|---|---|---|
> | 346 – | _____ | = | 306 |
>
> Kontrollera med miniräknare att du gjorde rätt!
>
> ***Hundrakompisar***
>
> | Mata först in talet... | ...och skriv här vilket tal du adderar med... | | ... för att få svaret |
> |---|---|---|---|
> | 75 + | _____ | = | 100 |
>
> Kontrollera med miniräknare att du gjort rätt!
>
> (s 133)

Multiplikation

Multiplikation uppfattas för nybörjaren vanligtvis som *upprepad addition* (Treffers & Buys, 2001). Multiplikationen 4x5 uppfattas då som 5+5+5+5 dvs som fyra mängder med fem ental i varje mängd. Strukturering innebär att eleverna kan överföra fem ental till ett femtal och uppfattar då exemplet ovan som fyra mängder med ett femtal i varje mängd. För att nå en nivå där multiplikation uppfattas som strukturbaserad måste själva idén *gånger* först sammanbindas med idén *addera så*

många gånger. Ett exempel: *Det finns 8 stjärnor på ett tygstycke, hur många stjärnor finns det på ett tygstycke som är 6 gånger så lång?* Det mest karakteristiska för strukturbaserad multiplikation är när eleven inte löser multiplikationen 7x8 steg för steg utan genom att tex gå via 5x8 plus 2x8. Distributiva lagen (7x9=5x9+2x9) och kommutativa lagen (5x9 =9x5) är särkilt viktiga för utvecklingen av goda och flexibla strategier.

Chinn & Ashcroft (1998) betonar betydelsen av att använda en mångfald av åskådligt materiel eftersom de kan lyfta fram olika egenskaper av tal: Cusienairestavar, buntar med stickor, tiobasmateriel, meterlinjalen, pengar etc.

Genom att använda en variation av dessa materiel i lämpliga situationer kan en utveckling från konkret till symbolisk förståelse ske. Korta muntliga vardagsexempel förstärker lärandet:

> Hur många hjul finns det på 10 cyklar?
> Hur många kronor går det på 10 stycken 5-kronor?
> Hur många ben har 10 spindlar? osv.
>
> (Treffers & Buys, 2001, vår övers)

Utvecklingen mot en formell multiplikation innebär att eleven använder flexibla strategier och att beräkningar utförs utan laborativt materiel. Man använder kända produkter för att lösa okända problem och man utnyttjar specifika egenskaper för multiplikation:

> 8x6=4x12=2x24
> 8x6=4x6+4x6
> 8x6=4x12=4x10+4x2
>
> (Treffers & Buys, s 77)

Undervisningen bör ta sin utgångspunkt i de strategier eleverna redan har när de löser problem med hjälp av multiplikation (Chinn & Ashcroft, 1998). Erfarenheter visar dock att elever med dyslexi behöver hjälp att organisera och utveckla sina strategier så att de inte skapar begränsningar för elevernas vidare lärande. Idén som Chinn & Ashcroft redovisar bygger på ett antal referenspunkter som eleverna kan utnyttja för att lära sig nya talfakta och som också kan utgöra ett stöd för minnet. En tablå över de tio första tabellerna presenteras för att eleverna från början ska få en översikt över de grundläggande tabellerna och för att man ska kunna undersöka vilka tabellfakta eleverna redan kan och hur de kan utnyttja dessa kunskaper för att lära sig andra tabellfakta.

Eleverna undersöker här sambanden mellan raden med talen 1–9 och kolumnen med tiotalen:

> 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; 10, 20, 30, 40 ,50, 60 70, 80, 90
> och uppmärksammar samtidigt positionssystemet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Undersök hur talet 8 passar in i flera tabeller som 1 x 8, 8 x 1, 2 x 4 och 4 x 2.

Diskutera sambanden mellan tabellerna 10 och 5; 3 ,6 och 9.

(s 75)

Chinn & Ashcroft (1998) poängterar att det är mycket viktigt för elevernas motivation att de får hjälp att kontrollera vad de redan kan och hur dessa kunskaper (tex kommutativa lagen, $a \times b = b \times a$), reducerar mängden tabellfakta som de ska lära sig. Om eleverna lär sig tabellerna med begreppslig förståelse kan de återkalla tabellfakta när helst de behöver dem i motsats till att de ska förlita sig på ren minneskunskap som lämnar dem hjälplösa när minnet sviktar. Att lära sig tal och procedurer separat är artificiellt och eleverna bör arbeta med multiplikation i en kontext så att de vet hur de kan använda sina kunskaper (Treffers, 2001).

Om man å andra sidan ibland diskuterar aspekter för talsystemets struktur separat, kan det bidra till att skapa klarhet. Själva beräkningen i sig har en tendens att skymma de ingående talen och sambanden mellan tal.

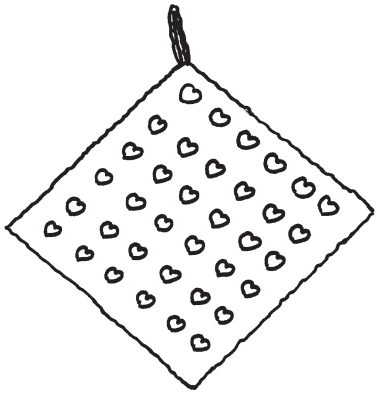
Exempel på strukturering

Vardagliga ”hur-många-gånger-situationer” har en gruppstruktur (Treffers & Buys, 2001, s 78):

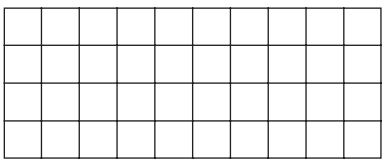
En påse godis kostar 8 kr, hur mycket kostar 6 sådana påsar?

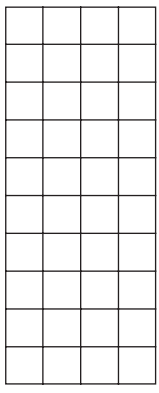


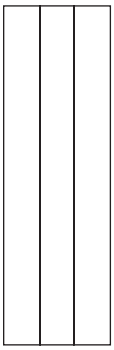
Hur många hjärtan är det på grytlappen?

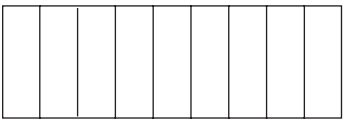


En gruppstruktur för multiplikation är ett område eller bild där kommutativa lagen kan synliggöras. Eleven kan använda centimeterrutat papper och ritar en rektangel, 4 x 10 cm (den längre sidan horisontellt) och en rektangel, 10 x 4 cm med den längre sidan vertikalt. Areorna kan representera rum eller tex mattor. Om det inte är klart för eleverna att areorna är lika stora undersöks detta genom att de klipper ut rektanglarna och placerar dem ovanpå varandra, räknar antalet rutor osv.









En liknande strukturmodell kan man skapa genom att använda cuisenairestavar. Eleven bygger rektanglar som är 3x9 och 9x3 och kontrollerar att de täcker samma area.

Ytterligare en modell som synliggör struktur är att använda klossar eller knappar som placeras i rader och kolumner. 12 knappar kan placeras som tre rader med fyra i varje kolumn eller fyra rader med tre i varje kolumn.



Eleverna kan berätta multiplikationsexempel i anslutning till grupperingarna (Malmer, 1999).

> Jag köper tre päron. Varje päron kostar 4 kr. De kostar då 12 kr.
> Till tre stakar med 4 ljus i varje behövs 12 ljus.
> En kaka kostar tre kronor. Fyra sådana kostar 12 kronor.
> Till fyra tre-armade ljusstakar behövs det 12 ljus.
>
> (s 126)

Malmer påpekar att det är lätt att knyta an exemplen på multiplikation och lyfta fram sambandet med division.

> Hur många päron kan man köpa för 12 kr om varje päron kostar 4 kr?
> Till hur många tre-armade stakar räcker 12 ljus?
>
> (s 120)

Övergången från strukturbaserad till formell multiplikation underlättas om eleverna stimuleras att utveckla sin förmåga att resonera om talrelationer, aritmetiska egenskaper och kända talprodukter genom att klä sådana idéer i ord och skrift. Treffers & Buys (2001) ger följande exempel:

> Åttans tabell introduceras i ett sammanhang där en bild på 8 personer som sitter runt ett bord presenteras. Man diskuterar hur många personer som kan sitta runt 2, 3, 4 ... 12 sådana bord? Läraren leder in samtalet på frågor om vilka tabellfakta som

redan är kända för eleverna. Vilka tabellfakta kan man finna genom att använda redan kända fakta?

Dessa frågor fokuserar på referenspunkter och på vilka fakta eleverna har lagt i långtidsminnet.

Ett samtal kan leda fram till följande exempel:

1x8	känt
2x8	8+8 eller 2x8
3x8	2x8 + 8
4x8	dubbla 2x8 eller 5x8–8 eller 8x4
5x8	hälften av 10x8 eller 8x5
6x8	via 5x8+8 eller dubbla 3x8+3x8 eller 8x6
7x8	via 5x8+2x8 eller via 6x8+8
8x8	via 5x8+3x8 eller 4x8+4x8 eller 8x4
9x8	10x8–8
10x8	känt
11x8	10x8+8
12x8	10x8+2x8

(s 79, vår övers)

När eleverna väl lärt sig att de kan finna nya tabellfakta via redan kända fakta är det inte svårt att förstå hur följande situation kan lösas med hjälp av distributiva lagen.

En varubil kommer lastad med bl a 7 lådor kaffe. I varje låda finns 99 kaffepaket.
7x99 = ?
7x100 = 700
7x1 = 7
700–7 = 693

(s 82, vår övers)

Innan eleverna kommer så långt bör de arbeta med alla grundläggande tabeller genom laborativt arbete, muntlig kommunikation och skriftliga uttryck i problemsituationer.

De tabeller som elever med dyslexi oftast har lättast att lära sig och kunna använda som referenspunkter är enligt Chinn & Ashcrofts erfarenheter:

0x , 1x , 2x , 5x och 10x .

Om eleverna lär sig dessa kombinationer kan de utnyttja dem som referenspunkter och arbeta vidare med att upptäcka samband med andra tabeller vilket i sin tur kan stärka deras självförtroende när de ser att de inte behöver förlita sig på minnet utan på sin begreppsliga förståelse.

Talet noll: 0

Ett viktigt begrepp är talet noll. I gemensamma samtal i klassen och i specialundervisning kan man låta eleverna göra tankekartor över begreppet och låta eleverna reflektera över samband mellan olika delar i begreppet, var och när vi använder det och vilka ord som är synonyma. Eleven kommer ju senare att möta exempel som 202 x 24 eller 208 ÷ 2. En början kan vara att samtala med eleverna om situationer som kan uttryckas som 2 x 0, 3 x 0 osv. Att ha ingenting i en ficka, ha ingenting i två fickor osv. Du går till affären 4 gånger och köper ingenting alls (Chinn & Ashcroft, 1998). Man kan använda tomma burkar och diskutera hur många det finns i en tom burk, i två tomma burkar, i tre tomma burkar. Eleverna kommer förmodligen att ha massor av egna idéer. Eleverna ska komma till insikt om att alla tal som multipliceras med noll är lika med noll och att noll gånger vilket tal som helst är lika med noll. Många elever lär sig regeln att 7 x 30 kan lösas som 7 x 3 med en nolla efter. Varför det är så vet de däremot inte alltid. Med hjälp av pengar och tiobasmateriel är det lättare för eleverna att förstå att 7 x 30 t ex kan vara 7 gånger tre tiotal.

Ett: 1

Genom undersökande aktiviteter och samtal ska eleven lära sig att 4 x 1 betyder:

4 gånger 1 eller
4 mängder av 1 är lika med 4.
1 x 4 är lika många.
Vilket tal som helst multiplicerat med 1 är lika med det talet.
1 gånger vilket tal som helst är lika med det talet.

Räknebrickor är bra för att synliggöra *en mängd av* eller *n mängder av*. Pengar kan introduceras som 5 x 1 (5 mängder med 1 krona) och 1 x 5 (en mängd med 5 kronor).
Begreppet som eleven håller på att lära sig kan uttryckas som

$n \times 1 = n$ och $1 \times n = n$

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 67, vår övers)

Tio: 10

Talen 1 tom 9 har en siffra medan talet 10 har två. Om elever inte har förstått positionssystemet med hela tal är det viktigt att arbeta med detta nu. Tio är en referenspunkt för det fortsatta arbetet. Kunnande om tians tabell kan eleverna utnyttja för att lära sig tabellerna 5 och 9. Därför är det viktigt att eleverna förstår att talet 20 innefattar två tiotal och 0 ental. 2x10 betyder:

2 gånger 10 är lika med 20.
2 mängder av 10 är 20.

Man kan låta eleverna arbeta med att undersöka mönster i de tio första talfakta i tians tabell och jämföra dem med motsvarande talfakta i ettans tabell:

1x10=10 1x1=1
2x10=20 2x1=2
3x10=30 osv 3x1=3

Eleverna kan jämföra entalskuber och tiotalsstavar.
Låt eleverna lyssna på mönstret när de reciterar tians tabell så att de upptäcker sambandet mellan tex sex tiotal och sex-tio, nio tiotal och ni-ttio. Mönstret kan praktiseras genom att barnen tex spelar "bank" (se s 132).

(s 69)

Två: 2

Först och främst bör eleverna få tillfälle att uppmärksamma talbegreppet och dess relationer till andra tal. Laborativt arbete kan leda fram till samtal om att:

Två är en mer än ett.
Två är dubbelt så mycket som ett.
Det är ett jämnt tal.
Jämna tal är tal som går att dela i två lika stora delar.

Vilka jämna tal finns mellan 1–10?
Vilka udda tal finns mellan 1–10?
Vad slutar alla jämna tal på?
Vad slutar alla udda tal på?

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 71, vår övers)

Sådant kunnande kan eleverna genom undersökande aktiviteter utvidga och generalisera till större talområden. Alla tabellfakta i tvåans tabell slutar på talen 0,2,4,6,8 – varför är det så? Hur kan man utnyttja att man vet att 5x2 är 10 när man ska finna svaret på 7x2 eller 8x2?

Fyra: 4

Fyrans tabell bygger på sådant kunnande som eleverna redan har om tvåans tabell. Undersök talmönstret på hundrakortet.

4=2x2
Fyra är dubbelt så mycket som två.
Fyra är fyra ental, 4, IIII, IV.
Fyra är två gånger två.

(s 74)

Talmönstret 2,4,6,8,0 återkommer här också. Hur kan det komma sig? Tvåans tabellfakta ingår alla i multiplar av två på hundrakortet. Hur kan vi utnyttja det när det gäller fyrans tabell? Tvåkronor finns ju inte längre men man kan göra knappar som är värda två poäng styck och jämföra tre askar med tre 2-poängsknappar i varje med tre askar med tre 4-poängsknappar i varje.

Fem: 5

> Fem är halvvägs från noll till tio.
> Tio dividerat med två är fem och kan skrivas som $10 \div 2 = 5$.
> Fem är ett udda tal.
> Fem kan tex skrivas 5 eller IIIII, V, 1×5 eller $10 \div 2$.
>
> (s 73)

En referenspunkt hör ihop med elevernas båda händer med 5 fingrar på varje, två mängder med 5 fingrar är 10 fingrar dvs $2 \times 5 = 10$ eller $5 \times 2 = 10$.

Chinn & Ashcroft kallar 5×2 för den mittersta referenspunkten som kan kombineras med distibutiva lagen ($7 \times 2 = 5 \times 2 + 2 \times 2$; $8 \times 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$ osv). Det är viktigt att eleverna också upptäcker sambanden mellan tex femmans och tians tabeller; tvåan, fyrans och åttans osv.

Noggranna och kontinuerliga undersökningar är nödvändiga. Lärare som undervisar elever med dyslexi måste komma ihåg att de arbetar med elever som oftast har brister både i arbetsminnet och långtidsminnet och svårigheter att hämta fram talfakta snabbt och säkert. Om eleverna först lär sig uppfatta mönster, samband och relationer inom tal och mellan tal kan de i nästa steg också arbeta med färdighetsträning för att så småningom kunna lägga fler talfakta i långtidsminnet. Brist på övningstillfällen kommer å ena sidan att reducera elevernas färdigheter när det gäller tabellkunskaper liksom andra kunskaper, men rena drillövningar kommer å andra sidan enbart att vara tidsödande och upplevas meningslöst. Chinn & Ashcroft (1998) ger exempel på en multisensorisk metod som eleverna kan använda när de utvecklat en god taluppfattning om multiplikationstabellen. Detta kan hjälpa eleverna att skapa inre representationer genom att de först säger talen högt och sedan ”säger” dem tyst i sitt eget huvud. Det inre talet är som vi sett i studien viktigt för att skapa inre representationer av talen och att lägga talfakta i långtidsminnet.

1. Eleverna kopierar de tabellfakta de vill lära sig.
2. De spelar in dem på band, i grupper om fyra fakta i taget, och lämnar ca fem sekunders gap mellan varje talfakta.
3. Eleverna använder hörlurar och lyssnar på det första talet.
4. Eleven repeterar det muntligt och skriver det.
5. Eleven repeterar det inuti sitt eget huvud.

6. Eleven lyssnar till samma talfakta igen och repeterar steg 4 och 5 tre eller fyra gånger.
7. Eleven arbetar vidare med nästa talfakta och repeterar då steg 3, 4 och 5.

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 62, vår övers)

Läsning och matematik

Läsförståelse och förmåga att skapa inre representationer av innehållet i en text är uppenbarligen viktiga kompetenser som elever behöver utveckla för att kunna förstå lärobokstexter i matematik. Shuard & Rothery (1988) påpekar att många elever hittar en mängd olika strategier för att undvika att läsa instruktioner och förklaringar i matematikböcker och arbetsblad. Detta bygger naturligtvis inte upp goda läsvanor för framtiden. Det är mycket viktigt att yngre elevers texter är lättlästa och att läraren uppmuntrar och hjälper eleverna att läsa texter istället för att undvika dem. En vanlig metod som många lärare använder är att gå igenom på tavlan vad bokens förklaringar och instruktioner betyder och sedan uppmanas eleverna att fortsätta med exemplen som följer. Om lärare i allt för hög grad förlitar sig enbart på genomgångar på tavlan får eleverna inte övning i att lära sig det språk med speciella uttryck och nyanser som är vanliga i matematiska läromedel. Man löser kortsiktigt ett problem så att eleverna kan arbeta vidare i boken men de ges inte möjlighet att bygga upp en god läsförmåga i matematik som de sedan kan gå vidare med. Instruktioner och förklaringar i matematikböcker innehåller ofta ett språk och uttryckssätt som eleverna behöver tydlig och strukturerad undervisning i för att lära sig. Detta verkar vara en god pedagogik för de flesta elever, men för elever i läs- och skrivsvårigheter är det en nödvändighet.

Shuard & Rothery ger några förslag på riktlinjer för undervisning i läsförståelse i samband med matematik. De föreslår att lärare som undervisar i matematik tar för vana att analysera språket i texten som eleverna ska arbeta med och förbereder lämpliga samtal och aktiviteter för eleverna. Då kommer de förmodligen att kunna delta i undervisningen med större självförtroende. Sådant arbete kan tex innehålla:

– Läs texten högt tillsammans med god intonation. Detta underlättar läsförståelsen för elever som inte automatiserat ordavkodningen. Diskutera hur bilder, diagram och annat grafiskt material samspelar med textens innehåll.
– Diskutera nya ord. Samtala om innebörder och försök hitta synonymer.
– Diskutera hur problemet som beskrivs är uttryckt i matematiska termer och symboler.

– Låt eleverna öva sig att förklara textens innehåll och översätta till egna språkliga formuleringar. Detta ger eleverna möjlighet att tolka uppgiften och identifiera vilka beräkningar som ska göras.
– Diskutera hur problemet kan analyseras och hur det kan angripas.
– Diskutera möjliga lösningar och svar samt hur de kan dokumenteras skriftligt. Diskussion i en klass eller i en grupp kan tex föregås av att eleverna i par eller mindre grupper arbetar med att komma fram till förslag på lösningar och sätt att dokumentera som sedan diskuteras i den större gruppen eller klassen.
– Diskutera alternativa sätt att uttrycka en förklaring eller en fråga.

Det är viktigt att eleverna också får möta "verklighetens" texter hämtade ur dagspressen, kommunala busstidtabeller osv. I *Tidningen i skolan* (2000) ges många exempel på hur tidningstexter kan bearbetas gemensamt av lärare och elever. Texterna kan tas som utgångspunkt för muntlig kommunikation och problemlösning, uppskattning, upptäcka samband och mönster, läsa och skriva matematik osv. Här följer ett exempel som vi har anpassat till elever i läs- och skrivsvårigheter:

> Välj ut och kopiera en artikel. Läs artikeln tillsammans. Gå igenom artikeln en gång till och stryk under alla "matteord" som eleverna hittar i texten.
>
> Välj ut några av matteorden och låt eleverna komma med förslag på egna problem.
>
> Låt eleverna formulera fler problem enskilt eller i par. Som fördjupning kan man tillsammans i klassen eller i mindre grupper försöka hitta motsatser eller synonymer till de understrukna matteorden. Eleverna kan använda matteorden i en beskrivning av en företeelse tex i hemmiljö.
>
> (s 22–23)

Skriva matematik

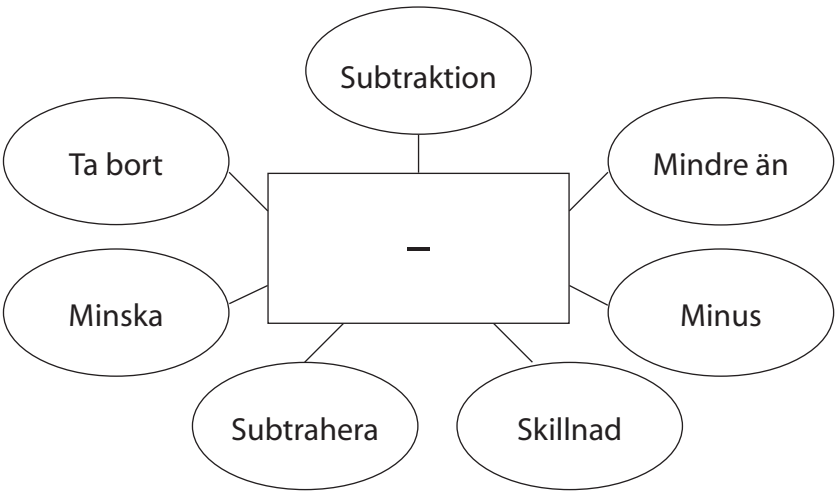
Tankekarta om subtraktion

Att skriva är ett medel att lära sig att tänka (Santa & Engen, 1996). I det norska projektet Creating Independence through Student-owned Strategies (CRISS) är ett syfte att förmedla kunskap om olika arbetsformer och strategier för lärande. Dessa har visat sig ge goda resultat framför allt för att utveckla god läsförståelse och att ta ansvar för sitt lärande. Santa och Engen ger många förslag på hur undervisningen kan bidra till att utveckla elevers skrivande. De menar att de flesta elever inte vet hur de ska göra för att lära och lärare måste aktivt undervisa om detta. När

man inför en ny strategi för skrivandet är det läraren som ska gå in på scenen. Läraren visar, berättar, modellerar, demonstrerar och förklarar hur hon gör. Efter hand som eleven lär sig sker det en gradvis överföring av ansvar från läraren till eleven. I exemplet nedan diskuterar lärare och elever tecknet för subtraktion.

1. Eleverna beskriver olika situationer som leder till beräkningar med subtraktion.
2. Läraren dokumenterar elevernas förslag genom att skriva stödord i form av en tankekarta på tavlan.
3. De olika idéerna diskuteras och sedan skriver eleverna egna tankekartor.
4. Eleverna väljer ett eller flera av stödorden och skriver en händelse där orden ingår.

Exempel på tankekarta om subtraktion:



En elev, Magnus, skrev om *skillnad*:

> Jag och Jenny håller på att spara pengar till var sitt dataspel som kostar 525 kr. Vi tävlar om vem som kan köpa sitt först. Jag hjälper farmor ibland med disken och hunden och så går jag och köper tidningen. Jag har 375 kr och Jenny har 310 kr. Jag har 65 kr mer än Jenny. Det är det som är skillnaden.

Vart efter elevernas förståelse utvidgas och fördjupas kommer tankekartan också att utvidgas.

Som vi påpekat tidigare måste man se upp med att eleverna inte vänjer sig vid att uppfatta vissa signalord i texten som de lär sig sammankoppla med bestämda räknesätt. Följande exempel är hämtat ur Lindvall & Lockman Lundgren (1993):

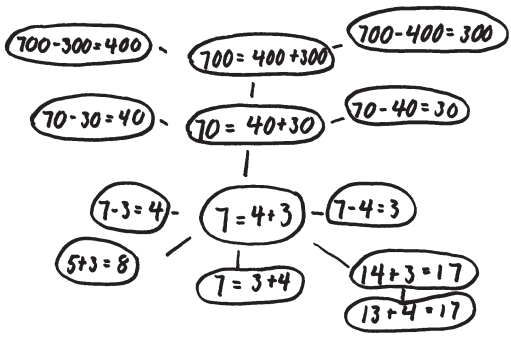
> Jag har 29 kr. Det är 20 kr mer än du har. Hur mycket har du?
>
> Lindas veckopeng är 30 kr. Hon får 8 kr mindre än Lena. Hur mycket får Lena i veckopeng?
>
> (s 17)

Eleverna behöver öva sig att tolka innebörder i olika skriftliga formuleringar, översätta dem till sitt eget muntliga språk för att sedan välja räknesätt. Tidiga avsnitt i kunskapsöversikten om hur man kan arbeta med faktatexter i skilda ämnen lämpar sig kanske särskilt väl när man arbetar med textuppgifter i matematik tillsammans med elever i läs- och skrivsvårigheter.

När elever skriver om den matematik de lär sig är det viktigt att de får respons på sina tankar och idéer. Läraren kan ge eleverna skriftliga kommentarer, man kan läsa och diskutera olika elevers uppfattningar, vad som är särskilt intressant, och om det finns andra aspekter som är viktiga att lyfta fram.

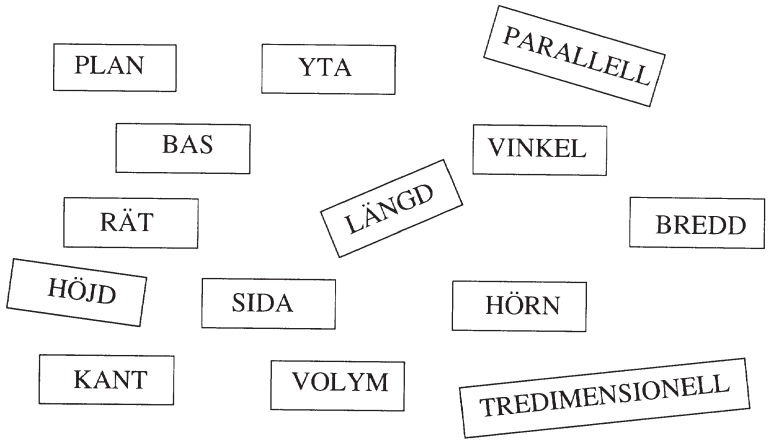
Chinn & Ashcroft (1998) betonar vikten av att elever i lässvårigheter har en överblick över det område de håller på att lära sig och att de ser att viss kunskap har samband med annan kunskap och ingår i ett sammanhang. För eleverna är det stimulerande och roligt att fundera över hur sådant de t ex lärt sig inom ett litet talområde samtidigt har samband med tal inom större talområden eller hur ett räknesätt är relaterat till ett annat räknesätt. Eleverna kan genom gemensamma samtal, laborerande och logiskt tänkande upptäcka att när de lärt sig en sak har de egentligen utvecklat sitt kunnande inom ett vidare område.

Tankekarta om samband



Hemliga kännetecken

Rystedt beskriver hur eleverna arbetar i grupper om 3–4 elever i varje (Emanuelsson, m fl, 1996). Varje grupp behöver en uppsättning lappar med tex geometriord eller andra matematikord. De ska sedan välja ut ord eller begrepp som de anser hör ihop på något sätt – som har något matematiskt kännetecken gemensamt. De ska inte avslöja för de andra grupperna vilket ord eller begrepp de valt. Eleverna plockar undan de lappar de inte behöver och därefter gäller det att läsa varandras lappar och försöka lista ut vilket ord eller begrepp det gäller. En grupp valde följande ord när de bestämt sig för begreppet "kub":



(s 174–175)

Begreppskort

Begreppskort är exempel på hur man kan arbeta med att bygga upp och tydliggöra olika begrepp inom matematiken. Läraren väljer ut matematiska begrepp och tillverkar egna kort som passar klassen (se exempel till höger). Både exempel och motexempel tas upp och utifrån informationen avgör eleverna vilka av figurerna som uppfyller kriterierna för begreppet. Därefter ger eleverna själva både exempel och motexempel. Slutligen skriver de med egna ord vad som kännetecknar begreppet (Emanuelsson, m fl, 1996, s 175).

Det här är parallelltrapetser:



Det här är inte parallelltrapetser



Vilka av följande figurer är parallelltrapetser?



Rita en parallelltrapets.

Rita en figur som inte är en parallelltrapets.

Vad är en parallelltrapets?

Matematiska ordlistor

Elever kan också göra personliga matematiska ordlistor där de dokumenterar nya ord och skriver förklaringar till dessa. Efter hand som eleverna lär sig nya begrepp och ord fyller de på sina ordlistor. Det är också i det sammanhanget viktigt att läraren lägger stor vikt vid att elever i läs- och skrivsvårigheter får undervisning och tydliga instruktioner om hur detta kan ske. Malmer (1999) ger följande förslag på hur arbetet kan organiseras:

> 1. Eleverna får parvis tänka ut "veckans matteord". Det kan vara ord som tex volym, cirka, per person, dubbelt så mycket. Eleverna frågar sina kamrater om de känner till orden och om de kan sätta in dem i lämpliga sammanhang. De elever som valt orden ska vara beredda att kunna förklara dem. Sedan skriver eleverna in sina ord i matteordlistan och sätter in dem i meningar. Om de vill kan de också illustrera sina ord.
> 2. Det finns inom varje stoffområde ett antal viktiga matematiska ord som läraren väljer ut. För övrigt kan man arbeta på samma sätt.
>
> (s 32)

Weschke (2000) beskriver hur man på hennes skola använder "Glosboken" där eleverna också i bild åskådliggör uttryck för läge, riktning, antal, mängd, form, storlek, tid osv. Glosboken följer alltid med hemuppgifterna som hjälp och stöd vid läxarbetet.

Eleverna formulerar frågor

Malmer (1994) ger exempel på uppgifter i matematik där eleverna själva får formulera lämpliga frågor utifrån viss information som ges i texten. Liksom i arbetet med tankekartor är det viktigt att först arbeta gemensamt i klassen.

- Läraren eller en elev läser texten högt med god intonation.
- Elever och lärare diskuterar vad man fått veta.
- Elever och lärare diskuterar vilka frågor som är möjliga att ställa.
- Man löser uppgifterna tillsammans eller diskuterar dem när man löst dem individuellt eller tex i par.
- När eleverna känner sig säkra kan de arbeta på egen hand eller tillsammans med kamrater.

Exempel:

> Mia har 500 kr. Hon ville köpa ridbyxor för 320 kr och en hjälm för 230 kr, Petra är 9 år. Hennes storebror är inte fullt dubbelt så gammal. Det fattas 1 år.

> Vad får du veta? Vad kan du ta reda på? Hur kan du fråga? Vad får du till svar?
>
> (Malmer, 1994 s B 8)

Uppgiften ställer krav på eleven att dels välja relevant information i texten och dels att vid formuleringen av en fråga endast använda sig av den givna informationen. Genom att de med egna ord ska beskriva vad de får veta är det en övning i läsförståelse. Om eleverna dessutom får hjälp att skriftligt formulerar vad de får veta och vilka frågor de kan ställa får de god övning i att strukturera sina tankar och formulera sig så att också andra kan förstå.

Elever skriver om sina lösningsförslag

Burns (1995) ger exempel på hur elever skriver om de lösningsförslag de har på textuppgifter som handlar om procent. Eleverna i åk 7 fick följande uppgift:

> En skola har 500 elever. Om en skolbuss kan ta 75 elever, räcker det då med en buss för att skolans alla vänsterhänta elever ska få plats?
>
> (s 40, vår övers)

Eleverna fick först undersöka hur många i klassen som var vänster- respektive högerhänta. Detta jämfördes sedan med den officiella statistiken som säger att 12 till 12,5 % av amerikanska elever är vänsterhänta. Eleverna arbetade sedan parvis med problemet. Burns påpekar att genom att lyssna till elevernas diskussioner och genom att läsa deras skriftliga lösningar fick läraren information både om deras kunnande och deras missuppfattningar. Flera av eleverna multiplicerade för att lösa problemet. Här följer några olika exempel på lösningar:

> För att få fram svaret multiplicerade vi 500 elever med 12 % och fick 60 personer och bussen kan ta 75 personer så platserna räcker.
>
> Ja, det finns tillräckligt med plats att ta alla vänsterhänta personer för 10 % av 500 är 50. 5 % av 500 är 25 – detta delades i hälften.
>
> Vi tror att det går för 75 är 15 % av 500. Bara 12 % av de vänsterhänta ska åka med.
>
> (s 41)

Några elever använde sig av division:

> (500/12) När vi löst det fick vi 41,66 och det fortsatte så, så vi rundade av till 42 elever. Sedan subtraherade vi 75 med 42 och fick 33. När vi fått 33 platser visste vi att alla vänsterhänta personer fick plats på bussen.

> (12/500) Ja, 12/500 = 0.024 12 % / 500 elever så av 500 elever är 24 vänsterhänta så bussen kan ta alla vänsterhänta.
>
> (s 41)

Lösningarna kan ge läraren information om elevernas förståelse och om deras missuppfattningar. Denna information kan användas för att förändra och utveckla undervisningen så att eleverna får nödvändiga erfarenheter och möjlighet att utveckla och fördjupa sin förståelse. Genom gemensamma samtal i klassen om de olika lösningsförslagen kan eleverna fördjupa och utvidga sin förståelse för begreppet.

Elever skriver om sitt lärande

Ett sätt att reflektera över sitt eget lärande är att skriva vad man vet om ett visst begrepp.

Hela tiden måste läraren dock vara medveten om att eleverna måste få undervisning och övning i att uttrycka sina tankar i skrift. Ett sätt är att skriva om det gemensamma kunnandet som finns i klassen om ett visst begrepp. Då är det läraren som skriver elevernas tankar på tavlan. Ibland skriver eleverna på egen hand om sitt personliga kunnande. Läraren skriver en rubrik på tavlan och eleverna skriver tex i sina loggböcker.

> **Vad jag vet om procent (så här långt).**
> Jag vet att procent är en del av någonting. Jag vet också att procent har ett tecken som ser ut så här: %. Procent är också något av 100, som 50 % av 100 är 50 därför att 50 % är som 1/2 av hundra. Procent används vid stora tal och när man uppskattar. Människor använder procent för att bestämma hur mycket av något (ex 5 % av 500 personer = 100 personer). Jag vet hur jag kan arbeta med procent men det är svårt att förklara vad jag vet om det. Allt jag vet är att jag kan använda procent som en hjälp för mig.
>
> (Burns, 1995, s 46, vår övers)

När elever skriver om sina uppfattningar ger de ibland omedvetet läraren information om sina missuppfattningar men elever kan också skriva om vad de inte förstår:

> Jag vet att 25 dollar är tjugofem procent av 100 dollar. Jag vet att en femtedel är 20 % av 100 %. Jag vet också att procent används överallt och många gånger. Några problem som jag har med procent handlar om det jag inte förstår. Till exempel 13 % av 15 dollar. Eller 23 % av 30 dollar. Dessa problem och några liknande problem förstår jag inte. Jag antar att de som jag inte förstår är de som har ett udda tal som procent.
>
> (s 46, vår övers)

Genom att läsa det eleverna skrivit fick läraren kunskap om deras förståelse och deras självtillit. Hon fick också en del direkta och specifika uppgifter om vad den fortsatta undervisningen bör innehålla. Bl a uppmärksammades elevernas syn på den möjliga maximala storleken i samband med procent. Många elever refererade till pengar vilket betyder att det är ett användbart redskap för att utveckla förståelse för begreppet men också att det behöver vidgas till andra områden.

Elever skriver om matematik i omvärlden

Eleverna kan uppmuntras att reflektera över matematiken i vår omvärld genom följande hemuppgift (Borasi & Siegel, 2000).

> Se dig omkring och försök att hitta åtminstone en sak som på något sätt har att göra med matematik och berätta på vilket sätt det handlar om matematik. Det ska vara något där du inte har uppmärksammat sambandet med matematik tidigare, eller något som du är nyfiken på.
>
> (s 115, vår övers)

Läraren måste förvissa sig om att eleverna förstår innehållet i texten. Eleverna berättar sedan om sina iakttagelser och funderingar skriftligt. Sedan följs hemuppgiften upp t ex i gemensamma samtal. Man kan sedan fortsätta att gemensamt hitta andra samband med matematik t ex i den SO och NO man studerar för tillfället eller i en sagobok.

Elever skriver om sin syn på matematik

Följande och liknande frågor kan ges till eleverna för att bättre kunna anpassa undervisningen till enskilda elever och grupper av elever (Borasi & Siegel, 2000).

Uppgifterna kan ges muntligt eller skriftligt beroende på elevernas läs- och skrivkompetens.

Om elever har svårt att uttrycka sig i skrift är risken att läraren får väldigt lite information om elevernas uppfattning. Då är det bättre att eleverna får berätta muntligt.

- Ge två exempel på aktiviteter som du tycker har med matematik att göra. Förklara på vilket sätt det handlar om matematik.
- Ge exempel på några matematik-aktiviteter som du tycker är viktiga att göra i skolan. Berätta varför de är viktiga.
- Om du kunde ändra något på den matematikundervisning som du har haft – vad skulle du ändra på då?
- Tänk på någon elev som är ”bra” i matematik. Vad gör henne eller honom till en ”bra” elev i matematik?
- Tänk på en bra matematiklärare. Vad gör henne eller honom till en bra matematiklärare?

– Hur lär du dig matematik? Vad hjälper dig att lära?
– Vad gillar du i samband med matematik? Tycker du att matematik är roligt?
– Vad gillar du inte i samband med matematik?
– Vad skulle du vilja bli bättre på när det gäller matematik?

(s 115, vår övers)

Ovan har vi gett några förslag på aktiviteter och pedagogiska insatser anpassade till elever i läs- och skrivsvårigheter och elever med dyslexi. För mer omfattande studier hänvisar vi till referenslistan där det finns gott om engelskspråkig litteratur men även en del svensk litteratur (tex Malmer, 1999) som behandlar området läs- och skrivsvårigheter, dyslexi och lärande i matematik.

Specialpedagogik

Enligt skollagen skall särskilt stöd ges till elever som har svårigheter i skolarbetet (Skollagen 1 §, 4 kap.). I den reviderade läroplanen benämns elever *i* behov av särskilt stöd mot tidigare *med* behov av särskilt stöd. Med det vill man betona att svårigheter i skolarbetet inte enbart kan hänföras till enskilda elever. Den specialpedagogiska verksamheten måste ses såväl i relation till skolans mål och styrning som till elevernas delaktighet och förutsättningar att lära (Ahlberg, 2001). Stora skillnader råder mellan kommunerna när det gäller specialpedagogisk kompetens och hur man organiserar och genomför stödet till elever i behov av särskilt stöd (Ds 2001:19). I den nya lärarutbildningen förstärks de blivande lärarnas specialpedagogiska kompetens för att de ska kunna möta alla elevers behov.

Inom den didaktiska forskningen betonas lärarens nyckelroll för elevernas lärande (Ma, 1999; Carpenter m fl, 1999; NCM, 2002). Det innebär att specialpedagoger och lärare som undervisar i matematik behöver såväl ämnesteoretiska som didaktiska kunskaper om läsning, skrivning och matematik och om hur svårigheter inom dessa områden kan samvariera på olika sätt. Endast då kan man skapa en pedagogisk och social verksamhet som förmår möta elevers individuella behov och förutsättningar och som minimerar riskerna för att svårigheter utvecklas.

Specialpedagogens roll

En ledstjärna i all pedagogisk verksamhet bör vara att förebygga svårigheter så långt det är möjligt och om svårigheter uppstår undanröja dem så tidigt som möjligt. Förskolan spelar en viktig roll i det förebyggande arbetet och utvecklingen av ett nära samarbete mellan förskola och skola måste ses som centralt. Utbildningsdepartementet (Ds 2001:19) påpekar att många kommuner saknar strategier för att klara övergångar mellan olika årskurser och skolformer och nämner särskilt problemen

vid övergången mellan årskurs 6 och 7. Skolverket (2001d) påpekar att stödet till eleverna ofta sätts in för sent för att det ska vara effektivt. Specialpedagogen kan spela en betydande roll i arbetet för att utveckla kontinuitet och samarbete inom och mellan förskola och skola samt i samband med övergångar mellan arbetslag och mellan skolformer.

I examensordningen för specialpedagoger (SFS 1993:100, bilaga 2) anges att specialpedagogen skall ha de specialpedagogiska kunskaper och färdigheter som behövs för att aktivt kunna arbeta med barn, ungdomar och vuxna i behov av stöd inom förskola, skola, vuxenutbildning eller habilitering/rehabilitering. Därutöver ska specialpedagogen kunna:

– identifiera, analysera och delta i arbete med att undanröja hinder för och orsaker till svårigheter i undervisnings- och lärandemiljöer,
– genomföra pedagogiska utredningar och analysera individers svårigheter på organisations-, grupp- och individnivå,
– utforma och delta i arbetet med att genomföra åtgärdsprogram i samverkan mellan skola och hem för att stödja elever och utveckla verksamhetens undervisnings- och lärandemiljöer,
– utveckla principer och former för pedagogisk mångfald inom verksamhetens ram,
– vara kvalificerad samtalspartner och rådgivare i pedagogiska frågor för föräldrar samt för kollegor och andra berörda yrkesutövare,
– genomföra uppföljning och utvärdering samt delta i ledningen av den lokala skolans utveckling för att kunna möta behoven hos alla elever.

Härutöver gäller de mål som respektive högskola bestämmer.

Hur specialpedagogen arbetar måste relateras till elevers behov av stöd och stimulans i den reguljära undervisningen och till arbetslagets kompetens (Skolverket, 2001d). Specialpedagogen deltar i ledningen av skolans utvecklingsarbeten, bidrar till att utveckla arbetssätt och arbetsformer i arbetslaget så att undervisningen anpassas till elevernas behov och förutsättningar, deltar i att upprätta och genomföra åtgärdsprogram, fungerar som handledare eller samtalspartner till kollegor och arbetar individuellt med elever. Skolverket påpekar vidare att specialpedagogen i andra sammanhang kan knytas närmare skolans ledning för att arbeta med uppföljning, utvärdering, behovsanalyser och allokering av resurser som en del av verksamhetens lokala utvecklingsarbeten. För specialpedagoger som är delaktiga i ansvaret för elever i läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter torde behovet av djup och bred kompetens inom dessa områden vara särskilt betydelsefullt för hur enskilda skolor kan utveckla och anpassa sin undervisning på alla nivåer i förhållande till

sina elevers behov. Enskilda specialpedagogers grundutbildningar, yrkeserfarenheter samt vilken kunskap de utvecklat i sin specialpedagogiska utbildning är viktiga faktorer för rektorer att känna till då de anställer specialpedagoger så att det blir ”rätt man/kvinna på rätt plats” beroende på enskilda skolors behov.

Åtgärdsprogram

Det är rektors skyldighet att se till att åtgärdsprogram upprättas för elever i behov av särskilt stöd.

> Om det genom uppgifter från skolans personal, en elev, dennes vårdnadshavare eller på annat sätt har framkommit att eleven behöver särskilda stödåtgärder, skall rektorn se till att ett åtgärdsprogram utarbetas. Eleven och elevens vårdnadshavare skall ges möjlighet att delta vid utarbetandet av programmet.
>
> (SFS 2000:1108)

Både eleven själv och elevens vårdnadshavare ska alltså ha en aktiv roll vid utarbetandet av åtgärdsprogram. Programmet ska omfatta elevens hela skolsituation och innebär därigenom att hela organisationen av verksamheten berörs (Prop. 1998/99:105). Kartläggning och analys av vilka åtgärder som bör sättas in bör ske på såväl skolnivå och klassrumsnivå som individnivå.

På skolnivå kan det innebära att man finner att kompetensutveckling för vissa lärare, arbetslag eller hela skolans personal är nödvändigt för att komma till rätta med problemet på lång och kort sikt. På klassrumsnivå kan det handla om att lägga om arbetet från tyst räknande i böcker till mer gemensam problemlösning, undersökande arbete och att göra eleverna delaktiga i vilka mål de arbetar mot. Det kan också handla om hur instruktioner kan ges, hur läxor kan förberedas, hur man kan arbeta med elevernas läsförståelse i matematik osv.

På individnivå kan det innebära att specialpedagogen gör en kartläggning och analys av elevens starka och svaga sidor och tillsammans med klassläraren eller arbetslaget ger förslag på lämpliga åtgärder som också diskuteras med elev och föräldrar. Inom läsforskningen har det bl a tagits fram material för att kartlägga och analysera elevers läsförståelse i den grundläggande undervisningen i svenska (Lundberg & Leven, 2001). Malmer (2001) har utarbetat ett material för kartläggning och analys av elevers läsförståelse i problemlösning (årskurs 2 – vuxna).

Åtgärderna ska utgå från elevens behov och ges både en långsiktig och kortsiktig karaktär och skall följas upp och utvärderas i samarbete mellan eleven, hemmet och skolan. Skolverket (2001d) betonar betydelsen av att man arbetar efter läroplanernas intentioner om elevers ansvar, inflytande och kunskaper. Det är viktigt att elever är delaktiga i att sätta mål för sitt lärande och att utvärdera arbetet mot målen. Samarbete

mellan klasslärare, föräldrar, elever, specialpedagog och speciallärare betonas särskilt. Ett nära samarbete runt elever öppnar för diskussioner och planeringar relaterade till elevens utveckling. Det ger också tillfälle och möjlighet att utbyta idéer lärare emellan och mellan lärare och föräldrar. Specialpedagogen kan pga sina arbetsuppgifter med skilda skolsituationer ha tillgång till kunskaper som klasslärare kanske inte har. Klasslärare å sin sida är experter på att arbeta med den aktuella eleven i klassituationer och har erfarenheter och kunskaper som är viktiga för specialpedagogen att ta del av.

Miles (1992) påpekar att elever med dyslexi ibland kan handskas med komplexa begrepp och processer samtidigt som de kan ha svårt med grundläggande aritmetik. Att i förtroendefulla samtal med en kompetent specialpedagog noga och ingående få vrida och vända på problemen, få effektiv hjälp att pröva sig fram till sitt eget bästa sätt att lära borde vara en rättighet för alla elever. Wasik & Slavin (1993) påpekar att även om kostnader för sådana arrangemang kortsiktigt är höga är de i långa loppet förmodligen låga i förhållande till de positiva effekter som sådan undervisning kan leda till. Förutsättningen för att specialundervisning som sker i liten grupp eller enskilt ska ha effekt är undervisningens *innehåll* (Wallby, m fl, 2001). Naturligtvis är det också viktigt att klassundervisningen och specialundervisningen sker i ett nära samspel så att eleverna när de är i klassen kan dra nytta av och bygga vidare på det de lärt sig i specialundervisningen och vice versa.

Elever i läs- och skrivsvårigheter vet genom erfarenhet att dessa svårigheter kommer att påverka dem i olika situationer både inom och utanför skolan. Om elever erfar att läs- och skrivsvårigheterna gör att de måste misslyckas i matematik är risken stor att de drar slutsatsen att det inte går att göra något åt saken. Det torde därför vara ytterst viktigt att lärare som undervisar i matematik har goda kunskaper både om läs- och skrivsvårigheter, matematikämnet och om elevernas lärande.

Genom enkäten (se bilaga) som bifogas forskningsöversikten har vi fått en del kunskap om hur lärare ser på elevers svårigheter och vilka behov och vilka typer av kompetensutveckling som lärare anser att de behöver.

Ett utvecklingsarbete

Som vi har sett i forskningslitteraturen är det viktigt att utveckla klassundervisningen i matematik så att den blir väl anpassad till elever i läs- och skrivsvårigheter. Men forskningen betonar också nödvändigheten av att utveckla en god specialundervisning och ett nära samarbetet mellan klasslärare och specialpedagoger.

Clarke (1998) och Horne (2002) beskriver ett utvecklingsarbete mellan lärare, elever och forskare som syftade till att förbättra och utveckla elevers tidiga uppfattningar i matematik (numeracy), *The Early*

Numeracy Research Project (ENRP). Med utgångspunkt i aktuell forskning om viktiga nyckelnivåer och utvecklingssteg i yngre barns matematikutveckling arbetade man fram och beskrev fem–sex sådan utvecklingspunkter viktiga för elevernas lärande.

En viktig uppgift i projektet var att intervjua varje elev enskilt i experimentskolorna och ca 40 elever i varje kontrollskola. Detta gjordes både i början och i slutet av skolåret. Intervjuerna anpassades till den enskilda eleven på så sätt att om en elev upplevde svårighet med en uppgift kunde intervjuaren lämna det området, fortsätta med ett annat eller att bättre försöka utreda vad svårigheten berodde på.

Utvärdering av intervjuerna följdes sedan av att man skapade och förbättrade uppgifter i flera omgångar. Lärarna som deltog i projektet menar att den information intervjuerna gav om enskilda elevers matematiska förståelse inte hade varit möjlig utan en-till-en-samtalen. Eleverna uppskattade också att få ha läraren för sig själv under samtalen.

Lärarna träffade varandra regelbundet, även tillsammans med forskarteamet. Man utbytte erfarenheter och insikter och diskuterade undervisningsplaner utifrån intervjuerna, klassrumsdiskussioner och observationer. I rapporten framhålls att lärarna med framgång tog till vara kunskaper de fick om sina elever bl a från intervjuerna och utvecklade sin undervisning efter enskilda elevers behov. Man hade också informationskvällar för föräldrar och mattekvällar där familjerna kunde delta.

Resultaten av projektet visar efter 18 månader att alla elever gjort framsteg både i experimentskolorna och kontrollskolorna. Emellertid framgår det också att eleverna i experimentskolorna presterade bättre än eleverna i kontrollskolorna på varje nivå och inom alla studerade områden.

Framgångsrika lärares undervisning

Ett viktigt led i projektet var också att försöka identifiera vad framgångsrika lärare gör i sin undervisning som skiljer dem från andra lärare. Lärarna som deltog i projektet blev ombedda att beskriva på vilket sätt de förändrat sin undervisning under projektet. Några vanliga kommentarer var (Clarke, 1998, s 22, vår övers):

– mer fokuserad undervisning i relation till utvecklingspunkterna,
– användning av öppna frågor (open-ended questions) i större utsträckning än tidigare,
– eleverna fick mer tid att undersöka begrepp,
– eleverna fick fler möjligheter att delge varandra de strategier de använt vid problemlösning,
– man gav eleverna större utmaningar som en konsekvens av högre förväntningar på eleverna,

– man lade större vikt vid att sammanfatta innehållet i slutet av lektionen,
– man lade större vikt vid samband och kopplingar mellan matematiska idéer och mellan klassrumsmatematik och vardagsmatematik,
– man lade mindre vikt vid formell dokumentation och algoritmer. Man tillät en variation av sätt att dokumentera.

Elevers utveckling

Lärarna fick också kommentera aspekter på elevernas utveckling i relation till utvecklingspunkterna. Vanliga uppfattningar var:

– eleverna kan bättre förklara sina tankegångar och sina strategier,
– eleverna uppskattar matematik i högre grad, ser fram emot matematiklektionerna och förväntar sig att få utmaningar,
– utveckling av en ”ge-järnet” mentalitet är mycket tydlig och överlag visar eleverna en större envishet i arbetet att lösa uppgifter,
– eleverna är mer uppmärksamma på vad de har lärt sig och vad de håller på att lära sig,
– alla elever upplever att de utvecklas och lyckas.

Clarke (1998) påpekar att man lärt sig mycket under projektets gång och framhåller några punkter:

– insikterna som man fick genom de enskilda intervjuerna gav mycket viktig information om vad eleverna kan och kan göra och är en fantastisk grund för lärarnas planering,
– det fanns många extremt kompetenta elever i årskurs två, men också en grupp elever som behövde särskilt stöd och undervisning,
– mycket av diskussionerna har handlat om hur man på bästa sätt ska möta alla elevers behov. En mycket användbar strategi är användningen av öppna frågor i matematik, vilket gör det möjligt för eleverna att arbeta på sin egen nivå,
– höga förväntningar på alla barn och uppmuntran av känslan att vi alla kan matematik är viktigt och verkar ha en mycket positiv effekt,
– det är värdefullt att uppmuntra eleverna att dela varandras tankar om matematik, speciellt när det gäller metoder som de använder vid problemlösning.

I nästa fas ska man också undersöka en rad metoder och grepp för att ytterligare utveckla undervisningen med både individuell undervisning och

undervisning i små grupper då det visade sig att enbart en god klassrumsundervisning inte är tillräckligt för att hjälpa alla elever i svårigheter.

Sammanfattning

Kapitlet handlar om hur kvalificerade pedagogiska insatser kan göra barnens tidiga möte med matematiken lustfylld, meningsfylld och inspirerande. Matematiken i förskolan skall inte ses som ett traditionellt skolämne, utan det handlar om att barnen ska få erfarenheter med anknytning till matematik och att detta synliggörs och bearbetas på olika sätt. Att arbeta strukturerat och genomtänkt med högläsning både i förskola och skola rekommenderas som ett led i att barnen ska utveckla god språklig kompetens. En viktig uppgift för förskolan är att bidra till att förebygga läs- och skrivsvårighet och matematiksvårigheter. Här är naturligtvis föräldrar viktiga personer som bör involveras i det förebyggande arbetet och få god information om språkets stora betydelse för lärande i matematik.

Den inledande matematikundervisningen i skolan behandlas utförligt, dels på ett generellt plan men även med konkreta exempel som kan användas i den egna undervisningen.

Betydelsen av explicit undervisning i att läsa och skriva matematik och att förstå och använda matematiska symboler betonas. Detta är angeläget att höja kvaliteten i matematikundervisningen överlag på ett sådant sätt att det gynnar alla elever men kunskapsöversikten har visat att det är särskilt viktigt för elever i läs- och skrivsvårigheter. Konkreta exempel ges på hur detta kan ske.

Specialpedagogiska insatser bör ske så väl på skolnivå, klassrumsnivå som på individnivå. Lärarens och specialpedagogens kompetens är mycket betydelsefull liksom nödvändigheten av ett nära samarbete mellan lärare, specialpedagog, elever och föräldrar. Det är viktigt att eleven är delaktig i att sätta mål för sitt lärande och att målen följs upp och utvärderas både på lång och kort sikt. Det är ytterst rektors ansvar att se till att åtgärdsprogram upprättas.

Till sist

Vårt arbete har i stor utsträckning handlat om att försöka reda ut vilka samband som finns mellan läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik. Nationella och internationella studier visar att en grupp elever inte når upp till sådana kompetenser och kunskaper som är nödvändiga för att på demokratiska villkor leva och verka i ett komplext informationssamhälle. Den starka betoningen på språklig kompetens som forskning lägger på undervisning och lärande i matematik har starkt bidragit till att aktualisera denna fråga. Att utveckla skriftspråklig kompetens och kunnande i och om matematik inryms under begreppet ”demokratisk kompetens” och måste ses som en medborgerlig rättighet i vårt informationsrika samhälle. För att skolan ska kunna göra det möjligt för eleverna att nå en sådan kompetens är det viktigt att vi tar del av och utvecklar den kunskap som både forskning och praktik kan bidra med. Forskning om kombinationen av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är underutvecklad i förhållande till forskning om varje område för sig. De starka språkliga dimensioner som finns i matematikämnet och i matematikundervisningen reser allvarliga hinder för elever i läs- och skrivsvårigheter. Därför har vi försökt bena upp de språkliga problem som eleverna kan möta i matematiken.

Lärarna som svarat på vår enkät hävdar att åtminstone 12 % av deras elever är i behov av särkilt stöd på grund av den nämnda kombinationen av svårigheter. Samtidigt uttrycker de ett stort behov av kompetensutveckling inom detta område.

Språk och symboler

Både skriftspråket och matematiken bygger på språk i form av text, instruktioner och symboler. Att lära sig läsa innebär att man utvecklar förståelse för hur den alfabetiska koden är beskaffad. En massiv forskning har under de senaste årtiondena visat att medvetenhet om ords uppbyggnad är en avgörande förutsättning för framgång i läs- och skrivinlärningen. Barn måste förstå att talade ord kan delas upp i mindre segment, ljud eller fonem. Så småningom efter många möten med de skrivna orden kan barnen identifiera orden direkt utan mödosam analys. Då får de flyt i läsningen och avkodningen av texten sker utan större ansträngning. Men läsning är naturligtvis en fråga både om avkodning och läsförståelse. Det är först när läsaren förstått innebörden i orden och skapat sammanhang i textens innehåll som man kan tala om egentlig läsning. För att man ska kunna förstå en text får inte alltför många ord vara okända, då är det lätt att tappa bort sammanhanget. Ett mycket effektivt sätt att utveckla sitt

ordförråd är just att läsa skrivna texter. Men för några barn är det svårt att lära sig läsa. Om barn upplever misslyckanden i den första läsinlärningen eller i samband med matematik är risken stor att de tappar modet och undviker läsning och matematik. Därför måste förskolan och skolan göra allt för att detta inte ska ske. Då kan en genomtänkt och väl anpassad verksamhet med engagerade och kunniga lärare få avgörande betydelse för barnets fortsatta skolgång.

Ett vanligt förekommande problem bland elever i läs- och skrivsvårigheter är just att lära sig nya ord och införliva dem i sitt ordförråd. Därför är det viktigt att undervisningen bidrar till att väcka elevernas lust och glädje inför nya ord och att de känner en önskan och en vilja att erövra nya ord, även matematiska ord. Matematiken har en egen vokabulär och ett särskilt problem kan vara kontrasten mellan precisa matematiska ord och deras innebörder och allmänna vardagliga ord.

För att kunna kommunicera via matematiska symboler måste man förstå relationen mellan matematiska begrepp, idéer och symboler. I forskningen om sambanden mellan läs- och skrivsvårigheter betonas att elever i läs- och skrivsvårigheter oftast har svårt med symbolhanteringen snarare än med de matematiska begreppen. De behöver arbeta med en betydande åskådlighet, muntlig kommunikation tillsammans med lärare och kamrater och få sätta ord på sina handlingar och tankar. Vikten av en väl strukturerad planmässig undervisning och lärarens aktiva roll betonas av både forskare och praktiker som har erfarenhet av att undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter i matematik.

Arbetsminne och automatiseringsprocesser

Forskningen om lässvårigheter har på senare tid allt mer börjat uppmärksamma automatiseringens betydelse. Det förefaller som om många elever i läs- och skrivsvårigheter har särskilt stora problem med snabb och automatiserad informationshantering. Detta problem gäller inte bara läsning utan kan också sträcka sig till andra områden. I matematiken måste många viktiga delfunktioner vara högt automatiserade så att all mental energi kan användas på högre funktioner. Bristfällig automatisering av elementära funktioner kan ha stora negativa effekter. En primär svårighet för elever med dyslexi verkar enligt forskningen vara att lägga grundläggande talfakta i långtidsminnet och att effektivt kunna handskas med fonemen, de minsta byggstenarna i språket, samt att hämta ord ur långtidsminnet. Den gemensamma källan till dessa svårigheter tycks vara begränsningar i arbetsminnet vilket tex bidrar till svårigheter att lära sig grundläggande talfakta, multiplikationstabellen, komma ihåg muntliga instruktioner och att kunna hålla viss information aktuell i medvetandet under tiden som man gör en beräkning eller skriver en berättelse. Undervisningens innehåll, struktur och arbetssätt kommer att ha stor betydelse för att undanröja svårigheter och att bidra till att underlätta

för elevers lärande. Forskningen betonar starkt vikten av att eleverna får bygga sitt lärande i matematik på att utveckla förståelse för samband, mönster och logiska resonemang och att man undviker strategier som leder till att korttidsminnet belastas i onödan som t ex ren minnesträning av multiplikationstabellen.

Läsförståelse och matematik

Nationella och internationella studier visar på starka samband mellan läsförståelse och problemlösning i matematik. I det internationella PISA-projektet har man studerat 15-åriga elevers funktionella kunskaper och färdigheter i matematik och i vilken utsträckning eleverna kan översätta ett problem till matematikens värld, kunna strukturera, formulera och lösa problem. Variansen mellan elevprestationer på matematikprovet kan till drygt 70 % förklaras av prestationer på ett ordigenkänningsprov och PISA:s läsförståelseprov. Dessa resultat ligger i linje med nyligen publicerade resultat från Mölleheds undersökning (2001). I läroplaner sägs att skolans viktigaste uppgift är att lära barn att läsa eftersom skriftspråket får allt större betydelse i arbetslivet och samhällslivet. Men det starka sambandet mellan läsförståelse och problemlösning i matematik understryker också att utvecklingen av god skriftspråklig kompetens är av avgörande betydelse för god matematisk kompetens vilket framhålls som en förutsättning för ett aktivt deltagande i den demokratiska processen.

Läsning är en fråga om både avkodning, identifiering av skrivna ord och läsförståelse. För att förstå ett innehåll måste läsaren skapa en relation mellan sig själv och texten. Läsaren måste aktivera relevant bakgrundskunskap, göra inferenser och dra slutsatser, även om sådant som inte direkt står uttalat i texten, men som är nödvändigt för förståelsen. Elevernas läsförmåga är särskilt beroende av den semantiska förståelsen, dvs förståelse av innebörder, och att de kan skapa inre föreställningar eller representationer av texters innehåll. Information som finns utspridd i texten måste samordnas och integreras. Forskning visar att en del elever har särskilt svårt att skapa inre representationer. De betraktar ofta textuppgifter i matematik som isolerade räkneuppgifter som inte har något med deras tidigare erfarenheter och kunskaper att göra. Liknande förhållningssätt förekommer hos elever i lässvårigheter även när de läser andra typer av texter. Det är också vanligt att dessa elever saknar metakognitiva strategier som innebär att man utvärderar sin egen förståelse och tar ställning till vilka strategier som man ska använda för att öka förståelsen. Matematiska textuppgifter är ofta komprimerade och informationstäta och innehåller dessutom ett förråd av ord som inte ingår i vardagsspråket, eller som har en annan betydelse i samband med matematik, t ex volym, trubbig, spetsig.

Ett annat problem är att elever ibland väljer fel räknesätt därför att de inte förstår innehållet i texten. Men det kan också bero på att de inte är förtrogna med räknesättens innebörder. Det är därför mycket viktigt att lärare uppmärksammar om elevers felaktiga lösningar på textuppgifter i matematik beror på övermäktiga läskrav, om det är matematiken som vållar problem eller om det är både och. Att utveckla god förmåga att kunna uttrycka sig i tal och skrift i samband med matematik kräver en aktiv och tydlig undervisning kring den språkliga aspekten av matematiken. Det kan tex innebära att man övar läsförståelse i samband med matematik, att man för matematiska samtal och att eleverna får hjälp att utveckla skrivandet som ett tankeredskap för att lära matematik.

Skriva som ett redskap för lärande

Forskningen lyfter fram skrivandet som ett redskap för lärande. Den största skillnaden mellan talat och skrivet språk är skriftens permanens. De talade orden försvinner bort i samma stund som de kommit över läpparna. Skriften däremot går att utforska om och om igen. De tankar och idéer som vi skrivit ned kan vi revidera, omorganisera och reflektera över och vi kan dela dem med andra. Skrivandet är också ett stöd för minnet vilket för elever i läs- och skrivsvårigheter är synnerligen viktigt då begränsningar i arbetsminnet är vanligt. I kunskapsöversikten betonas dock att om elever i läs- och skrivsvårigheter ska kunna utveckla skrivandet som ett redskap för sitt lärande krävs en mycket väl strukturerad undervisning anpassad till elevers särskilda behov. Många elever i läs- och skrivsvårigheter har negativa erfarenheter av att skriva och det kan lätt upplevas som ytterligare en pålaga som de har svårt att klara av. Lärare måste därför göra klart för sig vad syftet med skrivandet är så att undervisningens innehåll och arbetsform kan anpassas efter det.

Lärares svåra uppgift att möta alla barn

Forskningen om läs- och skrivsvårigheter har varit mycket livaktig under 1990-talet och har gett bekräftelse på sådant man tidigare anat. Lässvårigheter kan i stor utsträckning förebyggas genom strukturerade språkliga lekar i förskolan, genom högläsning och med en planmässig undervisning som hjälper barnen att förstå den alfabetiska skriftens princip. Barn kommer till skolan med skilda erfarenheter och förutsättningar. Många har redan kommit långt i sin läsutveckling, har ett stort ordförråd och känsla för skriftspråkets egenart. En del är trygga, lugna och uppfyllda av god självtillit och nyfikenhet. En ökad invandring har gjort att vi har fler barn än någonsin som talar ett annat språk hemma än i skolan och som lever på ett annat sätt än svenska barn. En stor arbetslöshet har skapat otrygghet för många barn. För en del barn är föreställningarna om läsning och skrift mycket diffusa och några barn är otrygga,

oroliga och okoncentrerade. På motsvarande sätt finns det en stor variation av barnens erfarenheter och förutsättningar när det gäller matematik. Lärarens svåra uppgift är att ge alla barn det stöd och den stimulans som de behöver i mötet med skriftspråket och matematiken. Det förutsätter att lärare som undervisar i matematik är väl förtrogna med läroplaners och kursplaners mål för matematik, har goda ämnesteoretiska kunskaper, pedagogiska och didaktiska kunskaper i och om matematik, men också om vilka olika faktorer som kan bidra till läs- och skrivsvårigheter och om vilka samband som finns mellan sådana svårigheter och lärande i matematik. En brist i svensk skolpolitik är att en kontinuerlig och systematisk uppföljning och kompetensutveckling för lärare som undervisar i matematik, inte har ägt rum de senaste 35 åren, vare sig på nationell eller lokal nivå (Emanuelsson, 2001). De centrala insatser som gjorts har antingen kommit för sent eller så har de aldrig slutförts. Det innebär att lärare i stor utsträckning lämnats åt sig själva att försöka implementera de senast läroplanernas mål och syften för elevernas matematikutbildning både i förskola och skola. Ibland har detta lett till en allt för stor fokusering på arbete med enskilda arbetsscheman och tyst räknande i böcker och för lite gemensamma samtal, problemlösning och utforskande aktiviteter.

Skolan har enligt läroplaner och skollag ett särskilt ansvar för de elever som riskerar att inte nå målen. Dessa elever har särkilt stora behov av en planmässig, väl anpassad klassrumsundervisning och specialundervisning. Det är rektors skyldighet att se till att åtgärdsprogram upprättas för de elever som är i behov av särskilt stöd. I statliga dokument betonas betydelsen av att åtgärder görs på skolnivå, klassrumsnivå och individnivå och att elever och föräldrar är delaktiga i de åtgärder som planeras, vilka mål som gäller samt i uppföljning och utvärdering av elevens skolarbete. Vi har betonat vikten av både lärares och specialpedagogers kompetens som rör detta viktiga område. Men vi har också betonat betydelsen av att såväl politiker, tjänstemän, skolledare som allmänhet är insatta i den problematik som råder när det gäller området läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.

Det finns trots stora begränsningar en del värdefull väl beprövad och forskningsbaserad kunskap om sambandet mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Den kunskapen förefaller så utomordentligt viktig att den omedelbart borde få konsekvenser för både grundutbildning av lärare men också i kompetensutvecklingen av lärare och särskilt specialpedagoger.

Några förslag till utveckling

När det gäller läs- och skrivsvårigheter gör forskningen stora framsteg och globalt sett satsas omfattande resurser på forskningsområdet. Nya insikter och villkor för barns läsinlärning har vuxit fram. Nya metoder

för kartläggning av svårigheternas natur har utvecklats. Den neurobiologiska bakgrunden till vissa svårigheter är under intensiv utforskning. Utnyttjandet av modern informations- och kommunikationsteknik har drivits långt både i fråga om lärande och kompensation. Inom matematiksvårigheternas område har forskningen också intensifierats i takt med att matematikdidaktiken fått en central plats och en hel del åtgärder har vidtagits för att förbättra läget. NCM fick tex nyligen i uppdrag av Skolverket att ta fram en ramkursplan i matematik och matematikdidaktik avsedd för lärare som i olika skolformer har eller kommer att få ett särskilt ansvar för elever som är i behov av särskilda stödinsatser i matematik.

Ett kompetensutvecklingsprogram för förskollärare, lärare och specialpedagoger med ett kursinnehåll som ger goda insikter i både elevers skriftspråksutveckling och begreppsbildning i matematik bör tas fram. Regeringens satsning på kompetensutveckling för förskollärare och lärare som undervisar de yngre barnen i förskolan och skolan kan ses som en inledning på ett sådant program, men det är angeläget att sådan kompetensutveckling också erbjuds lärare som undervisar äldre elever.

Fördjupningsprogram för specialpedagoger rörande aktuell forskning och utvecklingsstudier om läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik är angeläget. En av specialpedagogens uppgifter är att bidra till utvecklingsarbeten i förskole- och skolverksamheten. Det är därför betydelsefullt att specialpedagoger får både fördjupad och kontinuerlig kompetensutveckling inom detta viktiga område för att kunna bidra med kompetens till utvecklingsarbeten som syftar till att förebygga svårigheter samt utveckla och förbättra verksamheten.

Behov av fortsatta utvecklingsstudier och forskning

Kombinationen av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är som vi har sett ett relativt underutvecklat forskningsfält. Här finns dock en betydande potential om företrädare för de olika områdena kan mötas och konstruktivt utnyttja de teorier, metoder och resultat som utvecklats inom respektive område. Vi behöver veta mycket mer om hur kombinationsproblemet läsning, skrivning och matematik ska kartläggas och analyseras, om det finns olika undergrupper av elevprofiler, om sådana undergrupper kräver olika typer av specialpedagogiska insatser. Ett område som vi knappast berört i kunskapsöversikten och som behöver undersökas är hur datorprogram, olika tekniska hjälpmedel och andra typer av läromedel kan underlätta och hjälpa elever att utveckla läsning, skrivning och lärande i matematik. Vi behöver också bättre förstå möjligheter till förebyggande insatser i förskolan och hur de första mötena med skriften och matematiken ska gestalta sig i skolan så att den fortsatta vägen blir lustfylld och utmanande istället för kantad med svåra nederlag.

Slutord

Några av de rön som kommit fram i kunskapsöversikten visar på betydelsen av att forskning och beprövad erfarenhet knyts närmare varandra i ett respektfullt samarbete där målet för ett sådant arbete är att utveckla goda undervisningsmiljöer för alla barns bästa. Samarbetet mellan läsforskningen och den matematikdidaktiska forskning som legat till grund för kunskapsöversikten kan ses som inledningen på ett sådant samarbete.

Referenser

Adams, M. J. (1990). *Beginning to read: thinking and learning about print*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik: problemlösning på lågstadiet*. Lund: Studentlitteratur.

Ahlberg, A. (1997). *Children´s ways of handling and experiencing numbers*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Ahlberg, A. (1999). *På spaning efter en skola för alla*. IPD-rapporter. Special-pedagogiska rapporter Nr 15. Göteborg: Göteborgs universitet. Institutionen för pedagogik och didaktik.

Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Ahlström, R. (2001). Variabler och mönster. *Nämnaren 28* (1), 27–31.

Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*. London: Continuum.

Ashcraft, M. H. & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of experimental child psychology 3*, 216–234.

Baddeley, A. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon Press.

Baroody, A. J. (1987). *Childrens mathematical thinking*. New York: Teacher´s College Press.

Bekken, O. (red.) (1997). *Matematikkundervisningen i Norge: grunnleggende problemer og tilltak for en bedre matematikk for alle: slutrapport fra arbeidsgruppe nedsatt av kirke–, utdannings- og forskningsdepartementet*. Kristiansand: Høgskolen i Agder.

Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2000). Petter och hans 4 getter. Upplevelser och upptäckter av matematik i en barnbok. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 153 – 163.

Biemiller, A. (2000). The growth of vocabulary. *Perspectives: newsletter from the International dyslexia association*.

Björkqvist, O. (1999). Rika matematikuppgifter. *Nämnaren, 26 (3)*, 35-39.

Borasi, R. & Siegel, M. (2000). *Reading count: expanding the role of reading in mathematics classrooms*. New York: Teachers College Press.

Bransford, J., Zech, L., Schwartz, D., Barron, B., Vye, N. & the Cognition and Technology Group (CTGV). Design for environments that invite and sustain mathematical thinking (2000). In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspective on discourse tools, and instructional design*. London: Lawrence Erlbaum, pp. 275–324.

Bratt, B. & Wyndhamn, J. (1991). Språket vår mentala tumme. *Nämnaren, 18* (3/4), 78 – 82.

Bråten, I. (red.) (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Burns, M. (1995). *Writing in math class. A resource for grade 2 – 8*. Sausalito CA: Math Solutions Publications.

Butterworth, B. (2000). *Den matematiska människan: Om vår medfödda förmåga att räkna – och om siffrornas roll i vår kultur och historia*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.

Buys, K. (2001). Pre-School Years – Emergent Numeracy. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning–teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, p. 27.

Carpenter, T. & Moser, J. (1984). The aquisitions of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in mathematics education 15* (3), 179–202.

Carpenter, T. P. & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, N. J: Lawrence Erlbaum, pp. 45–61.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Human, P., Murray, H., Olivier, A. & Wearne, D. (1999). Learning basic number concepts and skills as problem solving. In E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, N. J: Lawrence Erlbaum.

Casto, S. D., Pennington, J. G., Light, G. & DeFries, J. C. (1996). Differential genetic etiology of reading disability as a function of mathematics performance. *Reading and writing: An interdisciplinary journal 8*, 295–306.

Chinn, S. (1998). *Sum hop: breaking the numbers barrier*. London: Souvenir Press.

Chinn, S. & Ashcroft, R. (1998). *Mathematics for dyslexics: a teaching handbook*. London: Whurr Publishers.

Clarke, D. (1998). *Building on what children know and can do: some messages for the future from the early numeracy research project*. Melbourne: Catholic university, pp. 13–24.

Cummings, J. (1991). *Billigualism and special education: issues in assessment and pedagogy*. Austin, Tex.: Pro-Ed.

Curcio, F. & Schwartz, S. (1998). Förskolebarns algebraiska tänkande. *Nämnaren 25* (1), 15–20.

Dalvang, T., Formo, F., Lunde, O. & Bekken, O. (red.) (2002). *En matematikk for alle i en skole for alle*. Rapport från det første nordiske forskerseminar om matematikkvansker. Kristiansand 25–28 september 2001. Kristiansand, Norge: Forum for matematikkvansker.

D'Ambrosio, U. (2001). What is ethnomathematics, and how can it help children in schools? *Teaching children mathematics 7*(6), 308–10.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1991). Some factors influencing the solution of addition and subtraction word problems. I K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education*. Milton Keynes: Open University Press, pp. 117–130.

Donaldson, M. (1979). *Hur barn tänker*. Lund: Liber Läromedel.

Doverborg, E. (2000). Lekens lustfyllda lärande . I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 124–144.

Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (1999). *Förskolebarn i matematikens värld*. Stockholm: Liber.

Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (2000). Att utveckla små barns antalsuppfattning. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 99–120.

Ds 2001:19. *Elevens framgång – Skolans ansvar.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Dysthe, O. (1996). *Det flerstämmiga klassrummet*: *att skriva och samtala för att lära*. Lund: Studentlitteratur.

El-Naggar, O. (1996). *Specific Learning Difficulties in Mathematics: a Classroom Approach*. Tamworth, Staffs: NASEN.

Ellerton, N. F. & Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In A. J. Bishop, (ed.), *International handbook of mathematics education*. Dortrecht: Kluwer, pp. 987–1033.

Ellerton, N. F. & Philip, C. Clarkson. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In Bishop, A. J. (ed.), *International handbook of mathematics education* . Dordrecht: Kluwer, pp. 987–1033.

Emanuelsson, G. (1996). Tankeinstrument för val av arbetssätt. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet, s 15.

Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa*. Göteborg: NCM (Rapport 2001:3).

Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B. & Ryding, R. (red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.

Eriksen Hagtvet, B. (1990). *Skriftspråksutveckling genom lek. Hur skriftspråket kan stimuleras i förskoleåldern*. Stockholm: Natur och Kultur.

Etheredge, S. (2000). Word-problems: a structure-plus-writing approach. *Perspectives*: *newsletter from the International dyslexia association 26* (3), 22–25.

Fletcher–Campbell, P. F. (2000). Literacy and special education needs: a review of the literature. *Research brief, No 227*. London: Department for Education and Employment.

Foong, P. Y. & Koay, P. L. (1998). Problem med verklighet i skolan. *Nämnaren 25* (4), 6–11.

Fuson, K. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In J. Bideaud, C. Meljac & J-P. Fisher (eds.), *Pathways to number: children developing numerical abilities*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, pp. 127–149.

Fuson, K. & Kwon Y. (1991). Chinese-based regular and European irregular systems of number words: The disadvantages for English-speaking children. I K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education*. Milton Keynes: Open University Press.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin 114* (2), 345–362.

Geary, D. C. (1994). *Children´s mathematical development. Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

Geary, D. C. (2000). Mathematical disorders: an overview for educators. *Perspectives 26* (3), 6–9.

Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psycology. *Journal of learning disabilities 30* (2), 114–24.

Ginsburg, H. P. & Allardice, B. S. (1984*)*. Children´s difficulties with school mathematics. In B. Rogoff & J. Lave (eds.), *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, pp. 194–219.

Goldman, S. R., Pellegrino, J. W. & Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: strategy changes in learning disabled students. *Cognition and instruction 5*, 223–265.

Grauberg, E. (1998). *Elementary mathematics and language difficulties: a book for teachers, therapists and parents*. London: Whurr Publishers.

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A Comparision of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of educational psychology 87* (1), 18–32.

Hemberg, M. & Ryding, R. (red.), Olika sidor av matematik. Stockholm: Tidningen i skolan TIS.

Henderson, A. (1998). *Maths for the dyslexia: a practical guide*. London: David Fulton.

Henderson, A. & Miles, E. (2001). *Basic topics in mathematics for dyslexics*. London: Whurr Publishers.

Holgersson, I. (2002). How can we describe young children‘s arithmetic abilities? I C. Bergsten, G. Dahland & B. Grevholm (Eds.) *Research and Action in the Mathematics Classrrom*. Göteborg: SMDF

Horne, M. (2002). Bättre undervisning med bättre kunskaper om elever. *Nämnaren 29* (1), 44–48.

Häggblom, L. (2000). *Räknespår. Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder*. Åbo: Åbo Akademis förlag.

Häggström, I. & Lundberg, I. (1994). *Språklekar efter Bornholmsmodellen: en väg till skriftspråket*. Umeå: Häggström.

Høien, T. & Lundberg, I. (1990). *Läsning och lässvårigheter*. Stockholm: Natur och Kultur.

Høien, T. & Lundberg, I. (1999). *Dyslexi: från teori till praktik*. Stockholm: Natur och Kultur.

Høien, T. & Lundberg, I. (2000). *Dyslexia: from theory to intervention*. Dordrecht: Kluwer.

Ingemansson, J. , Pettersson, A. & Wennerholm, B. (2002). Svenska elevers kunskaper i internationellt perspektiv. *Nämnaren 29* (1), 39–43.

Jakobsson-Åhl, T. (1999). *Communicating mathematically.* Luleå: Institutionen för kommunikation och språk, Luleå tekniska universitet. (D-uppsats/ Luleå tekniska universitet ; 1999:12).

Joffe, L. (1983). School mathematics and dyslexia: a matter of verbal labelling, generalisation, horses and carts. *Cambridge journal of education*, 13(3), 122–27.

Johansson, B. (1983). Problem med problemlösning. *Nämnaren 9* (3), 10–13.

Johansson, B. (2000). Tidningen som underlag för lärande i matematik. I M. Hemberg & R. Ryding (red.), *Olika sidor av matematik*. Stockholm: Tidningen i skolan TIS.

Johansson, B. (2002). *Matematik som ämne för utbildning.* (Manuskript).

Johnsen Høines, M. (1987). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for matematikk-undervisningen 1.–6. klasse*. Rådal: Caspar Forlag.

Johnsen Høines, M. (1997). *Matematik som språk: verksamhetsteoretiska perspektiv.* Stockholm: Utbildningsförlaget.

Johnsen Høines, M. (2002). *Fleksible språkrom. Matematikklæring som tekstutvikling.* Avhandling – dr. philos. Bergen: Det psykologiske fakultet, Universitetet i Bergen.

Jordan, N.C. & Hanich, L. B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. *Journal of learning disabilities, 33* (6), 567–578.

Kamii, C. (1999). *Young children reinvent arithmetic: implications of Piaget´s theory*. New York: Teachers College Press.

Kibel, M. (1992). Linking language to action. In T. R. Miles & E. Miles (eds.), *Dyslexia and mathematics*. London: Routledge, pp. 42–57.

Kilborn, W. (1979). *PUMP-projektet. Bakgrund och erfarenheter.* (Utbildningsforskning, FoU rapport 37). Stockholm: Skolöverstyrelsen.

Kilborn, W. (1989). *Didaktisk ämnesteori i matematik. Del 1, Grundläggande aritmetik*. Stockholm: Utbildningsförlaget.

Kilborn, W., Johansson, B. & Lundin, O. (1984). *Min matematik*. Stockholm: Biblioteksförlaget.

Kruse, A. (1910). *Åskådningsmatematik*. Stockholm : Norstedt.

Kulak, A. (1993). Parallels between maths and reading disability: common issues and approaches. *Journal of learning disabilities 26*, 10.

LD. Online (1998). Mathematics and dyslexia: the individual who learns differently may still be sucessful in math. In LD OnLine: *Mathematics and dyslexia*. Tillgänglig: <http://www.ldonline.org/ ld_indepth/math_skills/ida_math_fall98.html> [2002-02-25].

Lester, F. (1996). Problemlösningens natur. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet, s 85–91.

Lindberg, D. & Kuijl, B. (1991). *Fakta om hur man räknade förr.* Solna: Almqvist & Wiksell.

Lingvall, J. & Lockman Lundgren, N. (1993). Signalord. *Nämnaren 20* (2), 16–17.

Lundberg, I. (1984). *Språk och läsning.* Malmö: Liber.

Lundberg, I., Frost, J. & Petersen, O.P. (1988). Effects of an extensive program for stimulating phonological awareness in pre-school children. *Reading research quaterly 23* (3), 263–284.

Lundberg, I. (1994). Reading difficulties can be predicted and prevented: a Scandinavian perspective on phonological awareness and reading. In C. Hulme, (ed.), *Reading development and dyslexia: selected papers from the Third international conference of the British dyslexia association, 'Dyslexia: towards a wider understanding'*, Manchester, 1994. London: Whurr Publishers, pp. 180–199.

Lundberg, I. (2000). Towards a sharper definition of dyslexia. In I. Lundberg, F. E. Tonnesson, & I. Austad (eds.), *Dyslexia: advances in theory and practice.* Dordrecht: Kluwer.

Lundberg, I. & Leven, L. (2001). *Vilken bild är rätt? En enkel klassdiagnos av läsförståelse.* Stockholm: Natur och Kultur.

Löfwall, S. (2001). *Sökande och antagningsbild för studenter som valt inriktningar med matematik*. Karlstad: Karlstads universitet.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle.* Lund: Studentlitteratur.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers´understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* London: Lawrence Erlbaum.

Magne, O. (2001). *Literature on special educational needs in mathematics: a bibliography with some comments*. Malmö: Lärarhögskolan.

Malmer, G. (1994). *Räkna och skapa 1.* Solna: Ekelunds Förlag AB.

Malmer, G. (1996). Matematiksvårigheter och dyslexi – ett försummat samband. *Nämnaren, 23* (4), 32–37.

Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter.* Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (2001). *Analys av läsförståelse i problemlösning.* Screeningtest ALP nr 1–8. Från skolår 2 och upp till vuxna elever. Lund: Firma Bok & Bild.

Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: en undervisningslære.* Rud: NKI-forlaget.

Meyer, R. E. (1992). *Thinking problem solving cognition*. Nex York: Freeman.

Miles, T. R. (1992). Some theoretical considerations. In T. R. Miles & E. Miles (eds), *Dyslexia and mathematics.* London: Routledge.

Miles, T.R. & Miles, E. (1992). *Dyslexia and mathematics*. London: Routledge.

Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities 25* (4), 230–248.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities 30* (2), 164–177.

Montis, K. (2000). Language development and concept flexibility in dyscalculia: a case study. *Journal for research in mathematics education 31* (5), 541–556.

Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: the discourse of investigation*. London: Falmer.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4–9*. Malmö: Lärarhögskolan. (Studia psychologica et paedagogica. Series altera; 157).

NCM (Nationellt centrum för matematikutbildning) (2001). *Hög tid för matematik*. Göteborg: NCM. (Rapport 2001:1).

NCM (Nationellt centrum för matematikutbildning) (2002). *Baskunnande i matematik – en kunskapsöversikt*. Opublicerat manuskript. Göteborg: NCM.

Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Utbildningsförlaget.

Olsson, I. (2000a). Problemlösning. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, *s.* 179–214.

Olsson, I. (2000b). *"Bara man förstår är matte ett roligt ämne". Tankar kring barns möte med matematik*. Stockholm: Natur och Kultur.

Olsson, I. & Forsbäck, M. (2002). Opublicerat manuskript.

Olson, R. K., Wise, B., Rack, J. & Faulkner, D. (1989). Specific deficits in component reading and language skills: genetic and environmental influences. *Journal of learning disabilities (22)* 6, 339–348.

Onatsu-Arvilommi, T. & Nurmi, J.-E. (2000). The role of task-avoidant and task-focused behaviors in the development of reading and mathematical skills during the first school year: a cross-lagged longitudinal study. *Journal of educational psychology 92* (3), 478–491.

Ostad, S. (1999). *Mathematical difficulties. Studies of learner characteristics in developmental perspective*. Oslo: Departmen of Special Needs Education. Faculty of Education, University of Oslo.

Ostad, S. (2002). Matematikkvansker i et longitudinelt perspektiv. I T. Dalvang, J. Formo, O. Lunde & O. Bekken (eds.) *"En matematikk for alle i en skole for alle". Rapport fra det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker*. Klepp st: Info Vest Forlag.

Otterburn, M. K. & Nicholson, A. R. (1976). The language of mathematics. *Mathematics in school 5* (5), 18–20.

Passolunghi, M.A. & Siegel, L. (1999). Working memory and short-term memory in children with arithmetical learning difficulties. *Thalamus 17* (1), 54–56.

Pearn, C. (1997). *A review of five years´ testing for mathematics intervention: is there a correlation between learning to count and learning to read?* Australia: La Trobe university.

Perera, K. (1980). The assessment of linguistic difficulty in reading material. *Educational review 32* (2), 151–161.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.

Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.

Plasencia Cruz, I., Presmeg, N. C. & MaGüemes, R. (2001). Reflection from two case studies of imagery and meaning in eight grade mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics 23* (1), 1–16.

Price, N. & Youé, S. (2000). The problems of diagnosis and remediation of dyscalculia. *For the learning of mathematics 20* (3), 23–28.

Price, P. S. (1998). Year 3 students´place value misconceptions: another look at MAB. In C. Kanes, M. Goos & E. Warren (eds.), *Teaching mathematics in new times*: *proceedings of the 21 st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia*. Australia: MERGA, pp. 452–259.

Prop. 1998/99: 105. *Elever med funktionshinder/ansvar och stöd*.

Reys, B. J. & Reys, R. E. (1995a). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, *22* (1), 28–32.

Reys, B. J. & Reys, R. E. m fl (1995b). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, *22* (2), 23–26.

Rivera, D. P. (ed.) (1998). *Mathematics education for students with learning disabilities*. Austin, Texas: PRO-ED.

Russell, R. L. & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive analysis of children´s mathematics difficulties. *Cognitions and Instruction I*, 217–244.

Rönnberg, I. & Rönnberg, L. (2001). *Minoritetselever och matematikutbildning*. Stockholm: Skolverket.

Sandahl, A. & Unenge, J. (2000). *Lärarguide i matematik*. Stockholm: Natur och Kultur, s 81–83.

Santa, C.M. & Engen, L. (1996). *Prosjekt CRISS. Creating Indpendent through Student-owned Strategies. Lære å Lære*. Stavanger: Stiftelsen Dysleksiforskning.

Scarborough, H. S. (2001). Connecting early language and literacy to later reading (dis)abilities: evidence, theory, and practice. In S. B. Neuman & D. K. Dickinson (eds.), *Handbook of early literacy research*. New York: Guilford Press.

Seligman, M. (1976). *Hjälplöshet: om depression, utveckling och död*. Stockholm: Aldus förlag.

Shuard, H. & Rothery, A. (eds.) (1988). *Children reading mathematics*. London: Murray.

Sinclair, A. (1991). Children´s production and comprehension of written numerical representations. In K. Durkin & B. Shire (eds.), *Lanugage in mathematical education. Research and practice*. Milton Keynes: Open University Press, pp. 59–68.

Skolverket (1997). *Kommentar till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2000a). *Grundskolan: kursplaner och betygskriterer.* Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2000b). *Uppdrag avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* (U 2000/3873/S). Dnr 2000:3499.
Skolverket (2001a). *Grundskolans ämnesprov vårterminen 2001. En resultatredovisning.* Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2001b). *Gymnasieskolans kursprov vårterminen 2001. En resultatredovisning.* Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2001c). *PISA 2000: svenska femtonåringars läsförmåga och kunnande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv.* Stockholm: Skolverket. (Skolverkets rapport: 209).
Skolverket (2001d). *Att arbeta med särskilt stöd med hjälp av åtgärdsprogram.* Stockholm: Liber.
Skolöverstyrelsen (1979). *Matematikterminologi i skolan.* Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.
Spendrup, C. (2001). *Undervisning och tanke. En ämnesdidaktisk bok om språk och begreppskunskap. Exemplet matematik.* Stockholm: HLS förlag.
Steen, L. A. (ed.) (2001). *Mathematics and democracy: the case for quantitative literacy.* Princeton, N.J.: National Council on Education and the Disciplines.
Steeves, K. J. (1983). Memory as a factor in the computational efficiency of dyslexic children with high abstract reasoning ability. *Annals of dyslexia 33*, 141–152.
Steinbring, H., Bartolini Bussi, M. & Sierpinska, A. (eds.) (1998). *Language and communication in the mathematics classroom.* USA: National Council of Teachers of Mathematics.
Stern, M. B. (1999). Multisensory mathematics instruction. I J. A. Birsh (ed.), *Multisensory teaching of basic language skills.* Baltimore: Brookes, pp. 299–322.
Sterner, G. (1994). *Arbeta med barns språk.* Lerum: Fröswe konsult.
Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.* New York: The Free Press
Svensk författningssamling (SFS 1985:1100). *Skollag.*
Svensk författningssamling (SFS 1993:100). *Högskoleförordning.* Bilaga 2, Examensordning.
Svensk författningssamling (SFS 1994:1194). *Grundskoleförordning.*
Svensk författningssamling (SFS 2000: 1108). I *Grundskoleförordning* (SFS 1994:1194).
Swanson, H. L., Cooney, J. B. & Brook, S. (1993). The influence of working memory and classification ability on children´s word problem solution. *Journal of experimental child psychology 3*, 374–395.
Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm: Prisma.
Teubal, E. & Nesher, P. (1991). Order of mention vs order of events as determining factors in additive word problems: A developmental approach. In K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education.* Milton Keynes: Open University Press.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company, pp. 127–146.

Treffers, A. (2001). Numbers and numbers relationships. In M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, pp. 101–120.

Treffers, A. & Buys, K. (2001). Grade 2 (and 3) – calculation up to 100. In M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, pp. 61–88.

Turner Ellis, S. A., Miles, T. R. & Wheeler, T. J. (1996). Speed of multiplication in dyslexics and non-dyslexics. *Dyslexia 2*, pp. 121–139.

Utbildningsdepartementet (2000). *Uppdrag avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* (U 2000/3873/S).

van Oers, B. (2000). The appropriation of mathematical symbols: A psychosemiotic approach to mathematics learning. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives and discourse, tools, and instructional design*. London: Lawrence Erlbaum.

Verschaffel, L. & De Corte, E. & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for research in mathematics education 30* (3), 265–285.

Wallby, K., Emanuelsson, G., Johansson, B., Ryding, R. & Wallby, A. (red.) (1996). *Matematik från början*. Göteborg: NCM.

Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevgrupperingar – en kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket.

Wasik, B. & Slavin, R. (1993). Preventing early reading failure with one-to-one tutoring: A review of five programs. *Reading research quarterly 28* (2), 179–200.

Watson, A. (1996). *Communicating mathematics*. A report to SCAA from the MA & ATM. Harlow, Essex: Longman.

Wells, C. (2002). *The Handbook of Mathematical Discourse*. Retrieved from http://www.cwru.edu/artsci/math/wells/pub/abouthbk.htm.

Weschke, K. (2000). Ett gränslöst arbete. *Nämnaren*, *27*(2), 13–18.

West, T. (1997). *In the mind´s eye: visual thinkers, gifted people with dyslexia and other learning difficulties, computer images and the ironies of creativity*. Amherst, N.Y: Prometheus Books.

Whitehead, A. N. (1929). *The aims of education*. Nex York: Macmillan.

Wigforss, W. (1952). *Den grundläggande matematikundervisningen: översikt av folkskolans kurs i matematik ur metodisk synpunkt*. Stockholm: Bergvall.

Withers, G. (1996). Unlocking the great secret: writing reveals thinking. In Asia-Pacific Centre of Educational Innovation for Development, *Research information for teachers*. Bangkok: UNESCO, pp. 43–46.

Wolf, M. (red.) (2001). *Dyslexia, fluency, and the brain*. Thimonium, Md: York Press.
Wynn, K. (1990). Childrens understanding of counting. *Cognition 36* (2), 155–193.
Åberg-Bengtsson, L. (1994). Elevers svårigheter att tolka data i diagram och kartogram. *Nämnaren 21* (3), 32–37.
Åberg-Bengtsson, L. (2000). Att bygga, rita och tolka cirkeldiagram. *Nämnaren 27* (3), 24–29.

Referenser till kapitel 2 och 3

Nedanstående litteraturlista tar upp några betydelsefulla forskningsöversikter och originalarbeten som berör läsundervisning och läsinlärning.

Adams, M.J. (1990). *Beginning to read: thinking and learning about print*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
Adams, M.J. (1991). Why not phonics and whole language? In W. Ellis (ed.), *All language and the creation of literacy*. Baltimore, Md.: Orton Dyslexia Society, pp. 40–52.
Blachman, B. (ed.) (1997). *Foundations of reading acquisition and dyslexia: implications for early intervention*. London: Lawrence Erlbaum.
Brady, S. & Shankweiler, D. (1991). *Phonological processes in literacy*: *a tribute to Isabelle Y. Liberman*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
Frost, J. (2000). *Initial enabling skills in early reading and spelling.* Københavns universitet. PhD-avhandling.
Graves, M., Juel, C., & Graves, B. (1998). *Teaching reading in the 21st century.* London: Allyn and Bacon.
Høien, T. & Lundberg, I. (1997). *Dysleksi: fra teori til praksis*. Oslo: Ad Notam, Gyldendal.
Liberman, A. M. (1999). The reading teacher and the reading researcher need the right theory of speech. *Scientific studies of reading 3* (2), 95–111.
Liberman, I.Y. & Liberman, A. M. (1990). Whole language versus code emphasis: underlying assumptions and their implications fo reading instruction. *Annals of dyslexia, 40*, 51–77.
Lundberg, I. (1994). Reading difficulties can be predicted and prevented: A Scandinavian perspective on phonological awareness and reading. I C. Hulme & M. Snowling (eds.), *Reading development and dyslexia*. London: Whurr Publishers, pp. 180–199.
Lundberg, I. (1996). *Sprog og læsning: læseprocesser i undervisningen*. København: Alinea.
Lundberg, I. & Linnakylä, P. (1992). *Teaching reading around the world*. The Hague: IEA.
McGuinness, D. (1998). *Why children can´t read: and what we can do about it*: *a scientific revolution in reading.* London: Penguin.

Moats, L. (1999). *Teaching reading is rocket sicence: what expert teachers of reading should know and be able to do.* Washington, D.C.: American Federation of Teachers.

Oakhill, J. & Beard, R. (eds.) (1999). *Reading development and the teaching of reading: a psychological perspective.* Oxford: Blackwell.

Share, D. & Stanovich, K. (1995). Cognitive processes in early reading development: accommodating individual differences into a model of acquisition. *Issues in education (1)*, 1–57.

Snow, C.E., Burns, M.S., & Griffin, P. (1998). *Preventing reading difficulties in young children.* Washington, D.C.: National Academy of Sciences.

Vilka uppfattningar har lärare om elevers svårigheter?

Inledning

Under senare år har larmrapporter om elevers bristande basfärdigheter i läsning, skrivning och matematik duggat tätt. Ett betydande antal elever som lämnar grundskolan uppnår inte godkända resultat i svenska och matematik, samtidigt som kraven på kunskaper och färdigheter inom dessa områden ökar påtagligt i samhällsliv, utbildning och arbetsliv.

Detta är bakgrunden till att regeringen anslår betydande medel för utredning av orsaker och för utveckling av bättre inlärningsingsmiljöer. NCM (Nationellt Centrum för Matematikutbildning) fick i november 1999 i uppdrag av utbildningsdepartementet att utarbeta förslag till innehåll i kompetensutvecklingsprogram i matematik och matematikdidaktik för lärare samt genomföra forskningsbaserade utvecklingsstudier om matematikutbildning inom vissa prioriterade områden (U1999/3992/S). Ett viktigt delprojekt i dessa studier gäller undervisningsmiljöers påverkan på begreppsbildningen i matematik hos barn som har en sämre läs- och skrivförmåga än sina studiekamrater.

Som ett led i utredningarna om läget i grundskolan har vi genomfört en preliminär kartläggning av lärarnas syn på situationen och lärarnas bedömning av effektiviteten i olika åtgärder samt deras uppfattningar av läs- och skrivsvårigheters och matematiksvårigheters natur. Vi har också inventerat behovet av kompetensutveckling bland lärare. Det är strategiskt rimligt att som ett första steg kartlägga lärarnas uppfattningar. Lärarna är ju de direkt ansvariga aktörerna och utan klara föreställningar om hur de ser på de pedagogiska möjligheterna blir det svårt att finna vägar till förbättringar i skolans insatser.

Under december månad 2000 genomfördes en enkät bland lärare som undervisar i svenska och matematik i grundskolans åk 1 till och med åk 6. Av hundra lärare i Västsverige som har tillfrågats har ca 75 svarat på enkäten. Bortfallet är således ganska stort men kan delvis förklaras med att december månad är en ganska omöjlig tid för lärare att besvara enkäter. En stor majoritet av de som har svarat är kvinnliga lågstadielärare, mellanstadielärare eller grundskollärare 1–7. Sex av dessa lärare är manliga och fem är specialpedagoger eller speciallärare. Antalet tjänsteår

för samtliga lärare är i medeltal ca 19 år med en standardavvikelse på 11,4 år. Medelåldern är ca 44 år med en standardavvikelse på 11 år. Det innebär att de lärare vars uppfattningar och synpunkter vi redovisar i allmänhet har en mycket lång och omfattande erfarenhet av att arbeta med elever i svårigheter både i samband med läsning, skrivning och matematik. De lärare som har svarat på enkäten är enligt vår bedömning ganska representativa för den svenska lärarkåren på grundskolan, men vi vill ändå betona att det är frågan om ett bekvämlighetsurval med begränsade generaliseringsmöjligheter.

Syftet med denna undersökning har således varit att med utgångspunkt i ett antal lärares uppfattningar studera läget i grundskolan för elever i läs- och skrivsvårighet och matematiksvårigheter. Följande problemområden står i fokus för undersökningen:

– Hur stor andel av eleverna i åk 1–6 som lärare bedömer vara i läs- och skrivsvårigheter, matematiksvårigheter eller svårigheter inom båda dessa områden,
– vilka åtgärder som vidtas för att hjälpa dessa elever,
– vilka typer av åtgärder som lärare anser hjälper eleverna bäst,
– vilka uppfattningar lärare har om de troliga orsakerna till att elever är i läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter,
– vilka uppfattningar lärare har om sambandet mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter,
– i vilken utsträckning lärare anser att skolans insatser ger god effekt,
– i vilken utsträckning lärare anser att de har tillräckliga kunskaper om läs- och skrivsvårigheter i kombination med matematiksvårigheter, samt
– i vilken utsträckning lärare anser att det finns behov av kompetensutveckling på detta område.

I undersökningen ingår också frågor som har krävt mer utförliga och fritt formulerade svar av lärarna. Omkring hälften av lärarna har besvarat även dessa frågor.

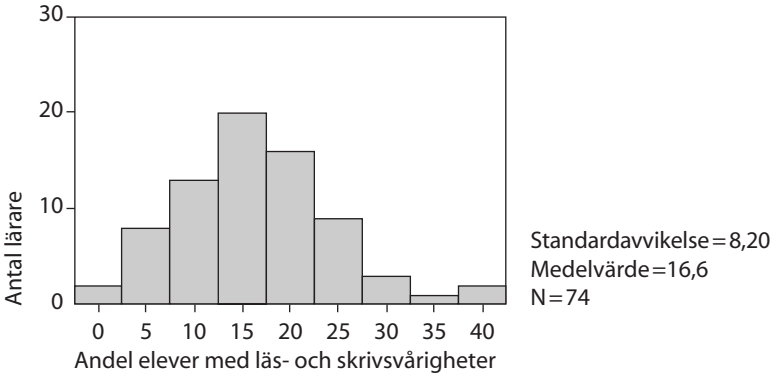
Följande frågor ställdes:

– Vad skulle du vilja göra för att förbättra kunskapsläget?
– Hur skulle du vilja att en kompetensutveckling på området var upplagt med avseende på innehåll, omfattning och form?
– Vad karakteriserar läs- och skrivsvårigheter?
– Vad karakteriserar matematiksvårigheter?
– Hur hjälper man bäst elever i läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter?

Lärarnas bedömningar av andelen elever i svårigheter

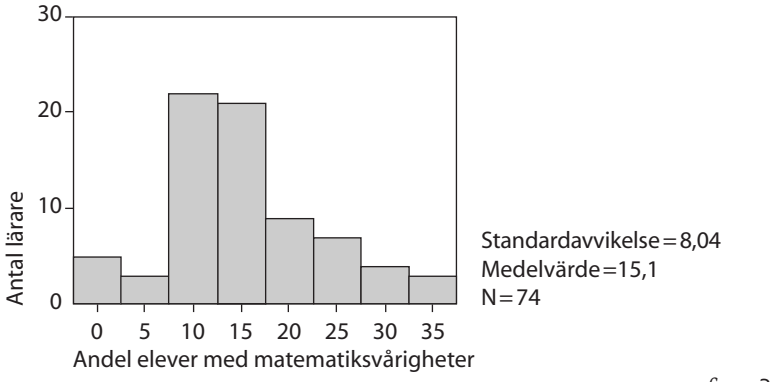
Andelen elever i läs- och skrivsvårigheter uppskattar lärarna i medeltal till ca 17 %. (Figur 1). Det innebär att i en grupp om 30 elever är i snitt fem av dessa i läs- och skrivsvårigheter. En standardavvikelse på 8,2 innebär emellertid en betydande spridning i uppfattningar. Detta kan bero på faktiska variationer mellan klasser, men också på att lärare kan ha olika bedömningskriterier.

En icke obetydlig andel av lärarna menar att mer än en fjärdedel av eleverna är i läs- och skrivsvårigheter. Se figur 1.



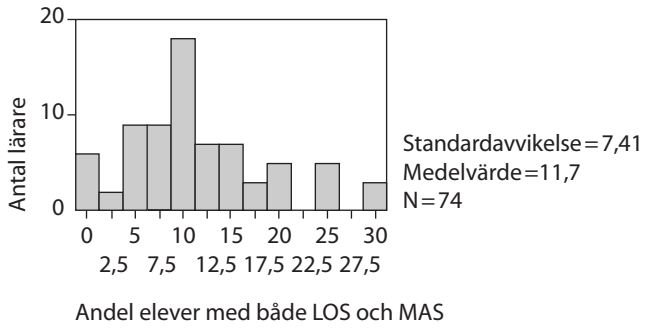
figur 1

Motsvarande andel elever när det gäller matematiksvårigheter uppskattar lärarna till i medeltal ca 15%, men med stora variationer från någon procent till 30-35 % och med en standardavvikelse på 8 %. Se figur 2.



figur 2

Andelen elever som bedöms vara i svårigheter inom båda områdena uppskattas till i medeltal knappt 12 %, också med stora variationer (standardavvikelse 7,4). Se figur 3.



figur 3

Det är uppenbart att lärarna varierar högst avsevärt i hur de bedömer svårigheternas omfattning. Det är också tydligt att matematiksvårigheter bedöms vara lika omfattande som läs- och skrivsvårigheter, medan kombinationen av de båda svårigheterna är något mindre i genomsnitt.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att lärarna i genomsnitt bedömer att tre till fem elever i varje klass har betydande problem. Frågan är nu vad lärarna har för uppfattningar om inlärningssvårigheternas natur.

Vad är karakteristiskt för läs- och skrivsvårigheter?

På de frågor där lärarna själva fått beskriva vad de anser vara karakteristiskt för läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter kan man urskilja några olika kategorier av uppfattningar.

De vanligaste faktorer som lärare anser karakterisera läs- och skrivsvårigheter kan sorteras under följande rubriker:

Svårigheter att avkoda text

- förväxlar bokstäver, tex *b-p, k-g, d-t,*
- har svårt att koppla ett visst ljud till rätt bokstav,
- glömmer bokstävernas namn och form,
- kastar om bokstäver inuti ord,
- svag fonologisk medvetenhet,
- fastnar i ljudande och automatiserar inte avkodningen,
- har svårt att läsa långa ord.

Det är uppenbart att lärarna har ganska realistiska uppfattningar om att svårigheter med avkodning av ord utgör kärnsymptomen i läs- och skrivsvårigheter. Det är en uppfattning som för övrigt stämmer väl med forskning på området (se tex Høien & Lundberg, 1999).

Läsförståelse

– eleven stakar sig mycket vid läsning och energin verkar gå åt till avkodning varvid
– läsförståelsen går förlorad,
– eleven gör inte uppehåll vid punkt och sammanhanget i texten uppfattas inte,
– eleven gissningsläser i så hög grad att hon inte förstår det lästa,
– elevens begränsade ordförråd och begreppsliga förståelse är ett hinder för läsförståelsen,
– eleven läser entonigt och sammanhanget i texten uppfattas inte.

Även i fråga om läsförståelse ger lärarna uttryck för nyanserade insikter.

Skrivning

– stavningen är mycket bristfällig,
– eleven har svårt att skapa en röd tråd och ett sammanhang i sina texter,
– ord skrivs ofta ihop,
– eleven har svårt att dela upp texten i sammanhängande meningar,
– eleven blandar stora och små bokstäver,
– motoriska svårigheter gör att skrivningen är mycket mödosam.

Självkänsla

– elevens negativa erfarenheter av läsinlärningen kan leda till dålig självkänsla som blir ett ytterligare hinder för utvecklingen.

Vad karakteriserar matematiksvårigheter?

På motsvarande fråga om vad lärare anser karakterisera matematiksvårigheter kan de vanligaste faktorerna sorteras under följande rubriker:

Taluppfattning

– osäker ramsräkning framåt och bakåt,
– använder i slutet av lågstadiet fingrar och andra hjälpmedel för att göra enkla beräkningar inom talområdet 1–10,

– uppfattar inte talmönster och har svårt att generalisera,
– svårigheter med positionssystemet.

När det gäller lärarnas uppfattningar om matematiksvårigheter som har med taluppfattning och räkning att göra stämmer de väl överens med forskning på det området (se huvudrapporten).

Språk och symboler och matematiska begrepp

– eleven förstår inte innehållet i uppgifter i samband med skriftlig problemlösning,
– eleven förstår inte innebörden i matematiska symboler,
– eleven förstår inte positionssystemets idé,
– svårigheter som har att göra med logiskt tänkande,
– svårigheter att se samband mellan t ex addition och subtraktion.

Även om lärarna nämner några faktorer som har med problemlösning att göra är det uppenbart att de lägger särskild vikt vid räknesvårigheter.

Självkänsla

– eleven är känslomässigt blockerad och tror sig inte om att kunna.

Lärarna uppmärksammar vissa elevers dåliga självkänsla i samband med läs- och skrivinlärningen och matematikinlärningen och menar att detta också har betydelse för hur elever lyckas i svenska och matematik.

Vilka åtgärder vidtar skolan för att hjälpa elever i svårigheter?

Lärarna har också fått svara på frågor om vilka åtgärder som man vidtar i skolan för att hjälpa elever i svårigheter.

Specialpedagog upprättar åtgärdsprogram

På frågan i vilken utsträckning åtgärdsprogram upprättas för enskilda elever i läs- och skrivsvårigheter, **LOS**, av specialpedagog uppger lärarna att det sker

Mycket ofta 19 %
Ofta 11 %
Ibland 42 %
Sällan 11 %
Mycket sällan 17 %

Det är anmärkningsvärt att åtgärdsprogram inte upprättas regelmässigt. Detta sker för elever i läs- och skrivsvårigheter ”mycket ofta” och ”ofta” endast i ett fall av tre.

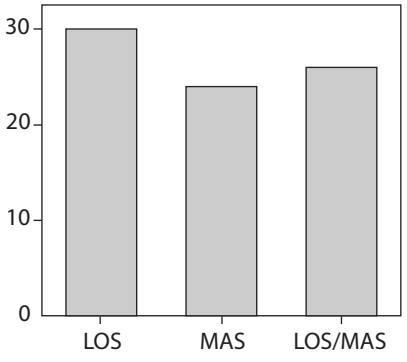
För elever i matematiksvårigheter, **MAS**, upprättas åtgärdsprogram

Mycket ofta 12%
Ofta 12 %
Ibland 34 %
Sällan 18 %
Mycket sällan 24 %

För elever i både **LOS** och **MAS** upprättar specialpedagog åtgärdsprogram

Mycket ofta 12%
Ofta 14%
Ibland 36 %
Sällan 15%
Mycket sällan 20%

För elever i matematiksvårigheter (MAS) och för elever i både MAS och LOS upprättar specialpedagog åtgärdsprogram ”mycket ofta” och ”ofta” endast i ett fall av fyra. Se figur 4.



Andel elever i procent för vilka specialpedagog upprättar åtgärdsprogram ”mycket ofta” eller ”ofta”.

figur 4

Från och med år 1995 är det i grundskoleförordningen (§5) reglerat att åtgärdsprogram skall upprättas för varje elev som bedöms vara i behov av specialpedagogiska insatser.

Vad beror det då på att detta inte görs? Kan det vara så att vissa skolor saknar specialpedagogisk kompetens? Förekommer en generellt sett negativ inställning till utformning av åtgärdsprogram som ett allt för tidskrävande arbete för en redan hårt belastad specialpedagog?

Specialpedagog och klasslärare upprättar åtgärdsprogram

För elever i LOS upprättar klasslärare och specialpedagog tillsammans åtgärdsprogram

Mycket ofta 18%
Ofta 20 %
Ibland 49 %
Sällan 8%
Mycket sällan 5 %

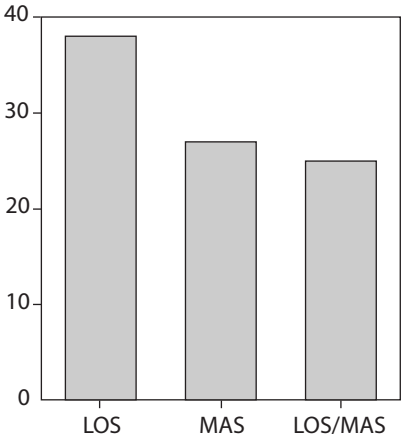
För elever i MAS upprättar specialpedagog och klasslärare tillsammans åtgärdsprogram

Mycket ofta 9 %
Ofta 18 %
Ibland 46 %
Sällan 11%
Mycket sällan 16%

För elever i både LOS och MAS upprättar klasslärare och specialpedagog åtgärdsprogram

Mycket ofta 9 %
Ofta 16%
Ibland 46%
Sällan11%
Mycket sällan 15%

Resultaten visar att det är vanligare att specialpedagog och klasslärare upprättar åtgärdsprogram tillsammans när det gäller läs- och skrivsvårigheter. Men sammantaget är förhållandena desamma som när specialpedagogen upprättar åtgärdsprogram på egen hand dvs det sker i snitt i vart tredje fall när det gäller LOS och i vart fjärde fall när det gäller MAS och kombinationen av LOS och MAS. Se figur 5.

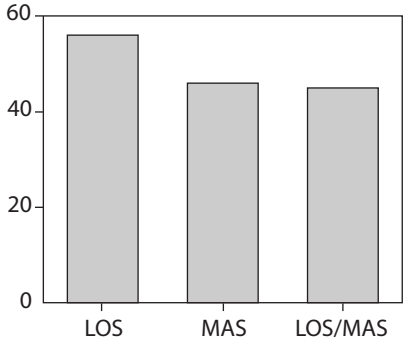


Andel elever i procent för vilka klasslärare och specialpedagog upprättar åtgärdsprogram ”mycket ofta” eller ”ofta”.

figur 5

Specialundervisning i liten grupp

Den traditionella specialundervisningen har ofta genomförts i små undervisningsgrupper med förhoppningen att det ringa antalet elever skulle skapa lugnare betingelser för lärande och större möjligheter för lärare att individualisera. De gamla hjälp- och specialklasserna byggde också på sådana tankegångar. Här kunde undervisningen också genomföras i ett långsammare tempo och mer individanpassat. Samtidigt har allt fler röster höjts mot en sådan organisation. Särskilt har man pekat på riskerna för att man segregerar elever och åstadkommer ett utanförskap som strider mot en pedagogisk grundsyn där inklusion är det vägledande begreppet. De administrativa och pedagogiska fördelarna med små grupper har emellertid av lärarna bedömts som så stora att specialundervisning i mindre grupper är ganska vanliga. Se figur 6.



Andel elever i procent som får specialundervisning i liten grupp "mycket ofta" eller "ofta".

figur 6

För elever i läs- och skrivsvårigheter (LOS) anger lärarna att undervisning sker i liten grupp

Mycket ofta 22%
Ofta 34%
Ibland 27%
Sällan 5%
Mycket sällan 12 %

För elever i matematiksvårigheter (MAS) sker undervisning i liten grupp:

Mycket ofta 19%
Ofta 27%
Ibland 30%
Sällan 9%
Mycket sällan 15%

För elever i både LOS och MAS sker undervisning i liten grupp

Mycket ofta 14%
Ofta 31%
Ibland 30%
Sällan 14%
Mycket sällan 8%

56 % av elever som bedöms vara i läs- och skrivsvårigheter får undervisning i liten grupp ”mycket ofta” och ”ofta”. Motsvarande siffra för matematiksvårigheter är 46 % och för kombinationen av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är siffran 45 %.

En-till-en undervisning

Aktuell forskning har visat den effektivitet som kan uppnås i undervisning med en lärare och en elev (Wasik & Slavin, 1993; Montis, 2000). Bland fördelarna med en sådan undervisningsform kan man notera flexibilitet, lyhördhet, omedelbar feed-back, uppmärksamhet, motivation, möjlighet till perfekt individualisering, maximering av ”time-on-task” och effektiv ”time-on-task”. Fastän denna undervisningsform kan bli mycket kostnadskrävande skulle den genom den höga effektiviteten på sikt kunna innebära stora besparingar. I sammanhanget pekar man också på erfarenheter av elever som under begränsad tid fått effektiv en-till-en undervisning och som gjort stora framsteg och med ökat självförtroende sedan funnit sig väl till rätta i klassrumsundervisningen (Henderson, 1998) medan andra elever behöver det enskilda stödet under lång tid.

Elever i LOS får en-till-en undervisning

Mycket ofta 3%
Ofta 17%
Ibland 40%
Sällan 22%
Mycket sällan 18%

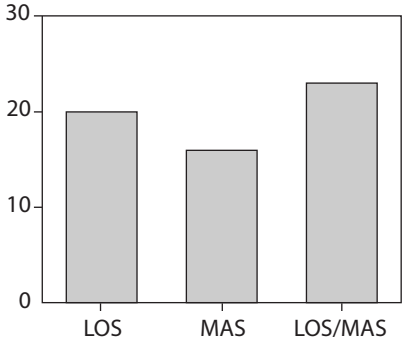
Elever i MAS får en-till-en undervisning

Mycket ofta 4%
Ofta 12%
Ibland 40%
Sällan 24%
Mycket sällan 20%

För elever i både LOS och MAS ges en-till-en undervisning

Mycket ofta 3%
Ofta 20%
Ibland 35%
Sällan 27%
Mycket sällan 11%

När det gäller den här typen av svårigheter ges en-till-en undervisning i ca 15 - drygt 20 % av fallen. Se figur 7.



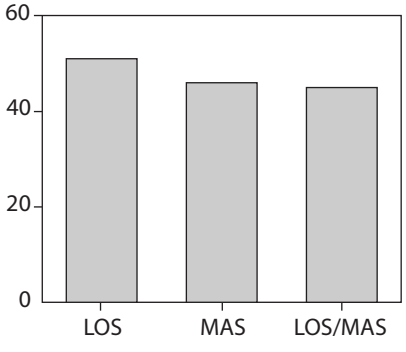
Andel elever i procent som får en-till-en-undervisning "mycket ofta" eller "ofta".

figur 7

Speciella åtgärder i klassrummet

Den moderna synen på specialpedagogiska insatser är att alla elever ska integreras i klassrumsundervisningen. Därigenom anser man sig kunna minimera riskerna för onödiga stämplingseffekter och samtidigt få en ökad flexibilitet. Ett viktigt mål är också att säkra allas delaktighet i den meningsskapande gemenskap som arbete i klassrummet kan innebära.

Enkätsvaren visar också att sådana inkluderande insatser är de vanligaste jämte undervisning i liten grupp och används i ca hälften av fallen. Se figur 8.



Andel elever i procent för vilka speciella åtgärder i klassrummet vidtas "mycket ofta" eller "ofta".

figur 8

För elever i LOS vidtar lärarna speciella åtgärder i klassrummet

Mycket ofta 11%
Ofta 40%
Ibland 38%
Sällan 7%
Mycket sällan 4%

För elever i MAS vidtas speciella åtgärder i klassrummet

Mycket ofta 12%
Ofta 34%
Ibland 46%
Sällan 5%
Mycket sällan 1%

För elever i både LOS och MAS vidtas speciella åtgärder i klassrummet

Mycket ofta 11%
Ofta 34%
Ibland 38%
Sällan 11%
Mycket sällan 3%

Lärarna är uppenbarligen måna om att försöka individanpassa undervisningen i klassrummet för elever som är i behov av särskilt stöd. Samtidigt anser lärarna att den mest effektiva åtgärden för eleverna är en-till-en-undervisning. I det perspektivet borde det vara av intresse både för specialpedagogen och klassläraren att utveckla ett nära samarbete och att man upprättar gemensamma åtgärdsprogram för klassrumsundervisning och specialundervisning. Många lärare anser idag att det inte ges tid för pedagogiska diskussioner som rör den konkreta undervisningen med eleverna. Kan detta vara en orsak till att samarbetet mellan klasslärare och specialpedagog ofta är bristfälligt?

Inga åtgärder

LOS

Mycket ofta 0%
Ofta 7%
Ibland 19%
Sällan 30%
Mycket sällan 43%

MAS

Mycket ofta 0%
Ofta 4%
Ibland 22%
Sällan 31%
Mycket sällan 43%

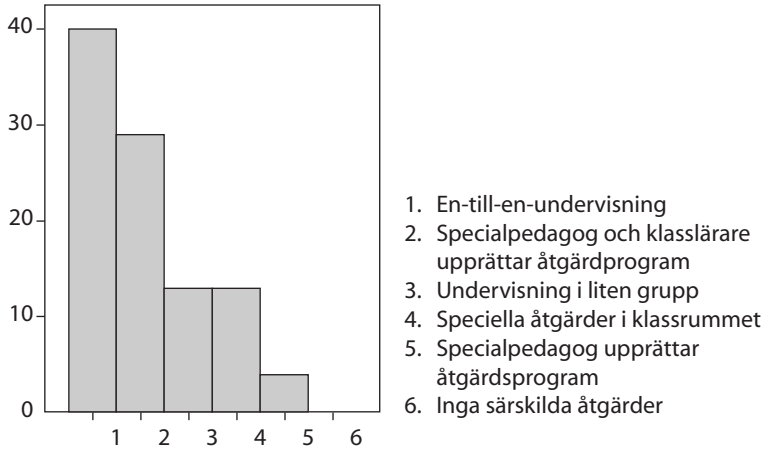
LOS och MAS

Mycket ofta 0%
Ofta 8%
Ibland 22%
Sällan 22%
Mycket sällan 45%

Cirka 70 % av lärarna anger för samtliga grupper att man sällan eller mycket sällan avstår från att vidta några åtgärder alls. Det är mellan 4 och 8 % av fallen där man ofta avstår från att vidta några åtgärder över huvud taget. Man har anledning att misstänka att det här inte finns tillgång till specialpedagogisk kompetens.

Vika åtgärder anser du hjälper eleven bäst?

Vi har bett lärarna att rangordna vilka åtgärder de anser vara den effektivaste hjälpen för elevernas utveckling. Se figur 9.



figur 9

40 % av de tillfrågade lärarna anser att den mest effektiva åtgärden är en-till-en undervisning . Den näst effektivaste åtgärden anser lärarna vara att specialpedagog och klasslärare tillsammans upprättar åtgärds-

program, 29 %. Dessa uppfattningar stämmer väl överens med erfarenheter från t ex didaktisk forskning som pekar på vikten av samarbete och utbyte av erfarenheter och kunskaper mellan klasslärare och specialpedagog som ett led i en strävan att skapa goda undervisningsmiljöer (Henderson, 1998). Inte någon lärare anser att det är effektivt att inte vidta några som helst åtgärder.

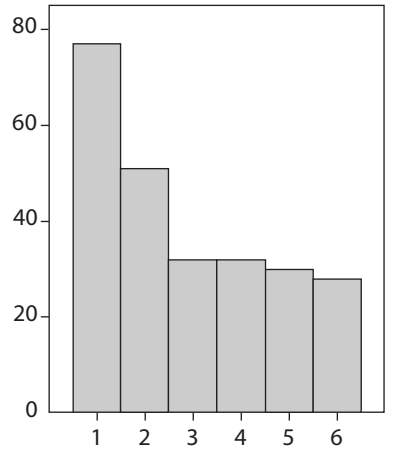
Vilka är de troliga orsakerna till att elever är i både läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter, enligt din uppfattning?

Lärarna har markerat de faktorer de anser är relevanta i sammanhanget och har ringat in de tre viktigaste. Faktorer som ska bedömas är:

- ärftliga faktorer,
- tidiga störningar pga dålig omvårdnad,
- bristfällig stimulans i förskoleåldern,
- hög frånvaro under viktiga moment i undervisningen,
- täta lärarbyten,
- för högt tempo i undervisningen,
- otillräcklig struktur i de första faserna av undervisningen,
- för lite stöd från hemmet,
- för små resurser i skolan,
- fel grepp i undervisningen även på senare stadier,
- lärarna har otillräckliga kunskaper,
- specialpedagogen/speciallärarен har otillräckliga kunskaper.

Den orsak som en stor majoritet av lärarna anger som troligast till elevernas svårigheter är *Ärftlig* (77%). Den andra viktiga orsaken anses vara *För små resurser i skolan* (51%). Sedan nämns *Bristfällig stimulans i förskoleåldern* (32%), *För lite stöd från hemmet,* (32%), *För högt tempo i undervisningen* (30%) och *Otillräcklig struktur i de första faserna av undervisningen* (28%). Se figur 10.

Faktorer som ärftlighet, bristande stimulans i förskoleåldern och för lite stöd från hemmet är ganska dominerande orsaksfaktorer. Gemensamt för dessa är att det är faktorer utanför skolans räckvidd. Här kan man frestas till en pessimistisk suck om lärarnas känsla av hjälplöshet. Å andra sidan skulle man kunna hävda att om sådana orsaksfaktorer dominerar så borde ännu mer av pedagogisk talang och uppfinningsrikedom



1. Ärftlighet
2. För små resurser i skolan
3. Bristfällig stimulans i förskoleåldern
4. För lite stöd från hemmet
5. För högt tempo i undervisningen
6. Otillräcklig struktur i den första undervisningen

Lärares uppfattning om troliga orsaker till LOS och MAS, i procent

figur 10

mobiliseras. Det faktum att en elev kan ha en ärftlig disposition som gör lärandet svårt innebär ingalunda att elever skulle vara oemottagliga för goda pedagogiska insatser. De biologiska gränserna för utveckling visar sig generellt vara mycket vidare än vad man i allmänhet kan tro.

Förskolans roll lyfts också fram av lärarna, vilket kan ses som en positiv uppfattning om behoven av tidiga preventiva insatser. Här finns många erfarenheter ute i landets förskolor speciellt när det gäller att genom strukturerade språklekar göra barnens möte med skriftspråket till en positiv och spännande upptäcktsfärd (Eriksen Hagtvet, 1990; Häggström & Lundberg, 1994). Motsvarande arbete med matematik i förskolan är inte alls lika omfattande, men många förskollärare och lärare för de yngre barnen i förskolan och skolan har under senare år visat ett starkt intresse för sådant utvecklingsarbete. I den didaktiska litteraturen finns en del goda exempel att hämta (Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999; Doverborg 2000; Wallby m fl, 2000).

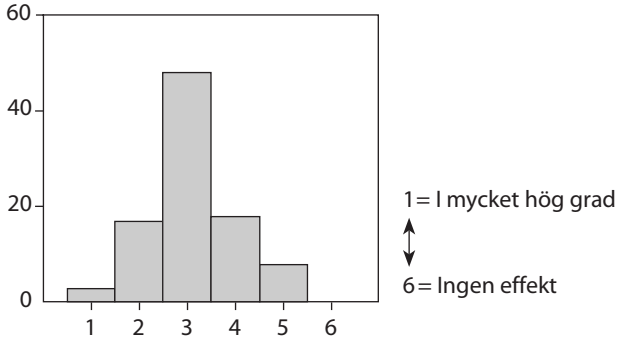
När det gäller faktorer i skolan betonas särskilt resursbrist, för högt tempo samt otillräcklig struktur i den första undervisningen. Däremot lyfter man inte fram ”fel grepp i undervisningen även på senare stadier” eller ”lärarnas otillräckliga kunskaper”. Detta kan möjligen vara en indikator på en defensiv hållning och en låg benägenhet att vilja ändra på de former man arbetar efter. El-Naggar (1996) påpekar att specialpedagoger ofta har specialpedagogisk kompetens inom området läs- och skrivsvårigheter men saknar sådan kompetens när det gäller matematiksvårigheter.

På frågan om eventuella orsakssamband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter tror en majoritet av lärarna (57%) att den minst troliga orsaken är att ”Dåliga matematiska begrepp ger negativ självbild som i sin tur försvårar läsinlärningen” och att faktorer som

lässvårigheter, bristfälligt språk och bristfälligt arbetsminne har större betydelse.

Ger skolans insatser god effekt?

Närmare en tredjedel av lärarna anser att insatserna i skolan ger liten eller ingen effekt med tanke på de omfattande resurser som läggs ner på insatser för elever i behov av särskilt stöd. Endast två av lärarna bedömer att insatserna är mycket effektiva. Se figur 11.



Ger skolans insatser god effekt?

figur 11

Detta är anmärkningsvärt. Denna känsla av pedagogisk vanmakt som siffrorna indikerar ökar sannolikt risken för mottaglighet för lättköpta patentlösningar utan vetenskaplig grund. Å andra sidan är skattningsvärdena 1, 2 och 3 uttryck för en positiv bedömning av insatsernas effekt. En majoritet av lärarna tycks således tro på värdet av specialundervisning.

Det hävdas ibland i debatten att specialundervisning inte har visat sig har några effekter. Något forskningsmässigt stöd för en sådan uppfattning finns emellertid inte. Forskningslitteraturen är i själva verket fylld med goda exempel.

Vad skulle du vilja göra för att förbättra läget?

Lärarnas förslag på åtgärder som de anser skulle förbättra läget och underlätta elevernas lärande kan sammanfattas i följande punkter:

– ökade möjligheter till individuell hjälp och en-till-en-undervisning,

– mindre grupper i klassrumsundervisningen,

– tid för pedagogiska samtal och pedagogiskt arbete med kollegor,

– fler specialpedagogtimmar,

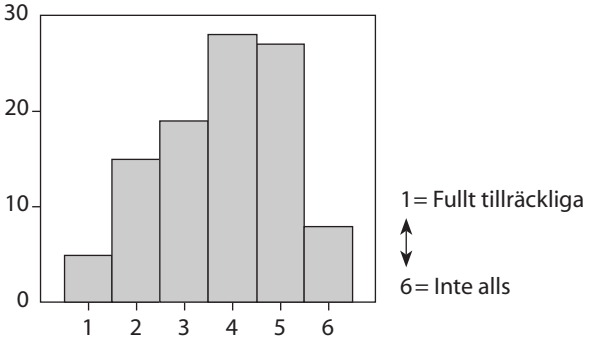
– bättre utbildade klasslärare,

– specialpedagoger som arbetar både övergripande och på individnivå,
– tillgång till bra laborativt material,
– tillgång till datorer och bra datorprogram,
– kontinuerlig kompetensutveckling av lärarna.

Som vi ser anser lärarna att det handlar dels om resursfrågor, men också om att lärarna önskar kontinuerlig kompetensutveckling för att kunna utveckla sin undervisning. Många lärare anser att de har för lite tid att diskutera pedagogiska frågor med kollegor som arbetar med samma områden som de själva. Nästan samtliga lärare framhåller vikten av att kunna erbjuda elever undervisning i mindre grupper och som enskild hjälp när det behövs.

Lärarnas kunskaper

Vi har bett lärarna bedöma i vilken mån de anser att deras kunskaper om läs- och skrivsvårigheter i kombination med matematiksvårigheter kan anses tillräckliga. Se figur 12.



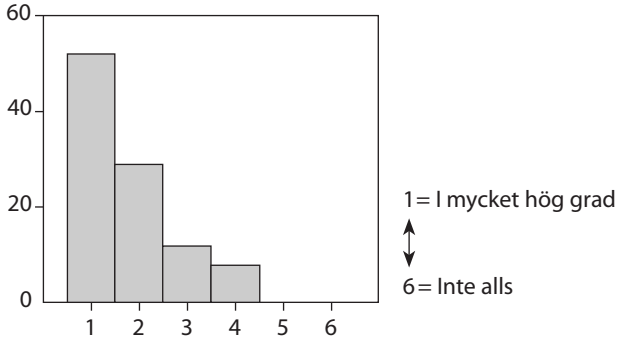
Anser du att du har tillräckliga kunskaper om LOS i kombination med MAS? I procent.

figur 12

63 % av lärarna anser att deras kunskaper är bristfälliga vad gäller läs- och skrivsvårigheter och kombinationen med matematiksvårigheter. Endast tre av lärarna är helt nöjda med sin kunskapsnivå. I lärarnas beskrivningar av svårigheternas natur och orsaker till svårigheterna har de otvivelaktigt demonstrerat goda insikter. Man får anta att deras brist på tillfredsställelse med det egna kunskapsläget mer gäller hur man bäst ska arbeta med elever i svårigheter.

Lärarnas bedömning av behov av kompetensutveckling

Mot bakgrund av lärarnas upplevelse av sina kunskapsbrister är det naturligt att räkna med att de har ett starkt behov av kompetensutveckling på området. Mer än 75 % av lärarna ger uttryck för sitt starka behov av fördjupad utbildning. Se figur 13.



Lärares bedömning av behov av kompetensutveckling, i procent

figur 13

Utbudet av kompetensutveckling tillgodoser sannolikt inte behoven. Detta är troligen inte endast en fråga om resurser utan i minst lika hög grad brist på tillgång på effektiva och kunniga fortbildare.

Hur skulle du vilja att en kompetensutveckling på området var upplagd med avseende på innehåll, omfattning och form?

Lärarna har också fått ge synpunkter på hur de skulle vilja att en kompetensutveckling på området var upplagd.

Lärarna verkar överlag vara mycket samstämmiga i sina uppfattningar om innehållet i en kompetensutveckling. Önskemål om omfattning och form varierar mellan förslag på studiecirklar, studiedagar och t ex 5-poängskurs på högskola eller universitet. Många lärare framhåller att man önskar få sin kompetensutveckling förlagd till betald arbetstid. Lärarnas uppfattningar om vad en kompetensutveckling på området bör innehålla redovisas nedan utan rangordning.

Önskemål om kompetensutvecklingens innehåll

- studiecirklar med litteraturläsning och praktiska uppgifter att göra i elevgrupper,
- studiedagar med föreläsningar och praktiska förslag och uppgifter,

– 5-poängskurs på högskola eller universitet,
– handledning av experter i samband med kompetensutveckling,
– läsa, pröva praktiskt, reflektera, diskutera tillsammans med kollegor och experter,
– tid för pedagogiska samtal och lektionsplanering med kollegor och experter,
– tid för att följa upp lektioner tillsammans med kollegor,
– tid och möjlighet att göra observationer i klassrummet,
– tid och möjlighet att intervjua eleverna individuellt,
– tid att söka, tillverka och utforma bra material,
– återkommande kompetensutveckling,
– kompetensutveckling om alternativa arbetssätt i matematik.

Det är intressant att notera att skolans lärare tycks uppleva att de har lite tid för pedagogiska diskussioner och att planera och följa upp lektioner tillsammans med kollegor

Ahlberg (1999) och Bekken (1997) rapporterar liknande uppfattningar bland lärare som menar att allt för mycket av lärarnas arbetstid utanför lektionstid läggs på organisatoriska spörsmål och diskussioner.

Sammanfattning

Lärarnas syn på läget i grundskolan visar att en betydande andel av eleverna bedöms vara i svårigheter antingen i läsning- och skrivning, i matematik eller inom båda områdena. Förutom ärftliga faktorer anser lärarna att orsakerna till svårigheterna till stor del beror på bristande resurser i skolan. Även förskolans och hemmets roller lyfts fram. De åtgärder som lärarna anser hjälper eleverna bäst är en-till-en-undervisning och att klasslärare och specialpedagog gemensamt upprättar åtgärdsprogram. Dessa åtgärder vidtas däremot inte i särskilt stor omfattning. Intressant att notera är att trots av de lärare som svarat på enkäten i allmänhet har lång erfarenhet av undervisning i svenska och matematik och trots att de verkar ha en mycket god uppfattning om svårigheternas art så bedöms behovet av kompetensutveckling som mycket stort. Detta kan tolkas som att lärarna har en djup förståelse för komplexiteten i läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter och sambandet där emellan. De faktor som man tror påverkar sambandet mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är lässvårigheter, bristfälligt språk och bristfälligt arbetsminne vilket också har en god överensstämmelse med forskning på området (se huvudrapporten).

Rapporter från
Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM
Göteborgs universitet

2001:1 **Hög tid för matematik**
Nationellt Centrum för matematikutbildning, NCM

2001:2 **Hur kan lärare lära?**
Lars Mouwitz

2001:3 **Svårt att lära – lätt att undervisa?**
Göran Emanuelsson

2001:4 **Kompetensutveckling med IT-stöd**
Günther Dippe

2002:1 **Lärarutbildning – utbud, utbildare och anordnare**
Barbro Grevholm

2002:2 **Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik – en kunskapsöversikt**
Görel Sterner & Ingvar Lundberg

2002:3 **Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne**
Lars Gustafsson & Lars Mouwitz

ISSN 1650-335X

Beställes från:

NCM
Göteborgs universitet
Box 160
405 30 Göteborg

Webb: ncm.gu.se/bestallning
E-post: bestallning@ncm.gu.se
Fax: 031-786 22 00
Tel: 031-786 69 85